**Županijsko natjecanje iz fizike 2023./2024.**

**Srednje škole – 1. grupa**

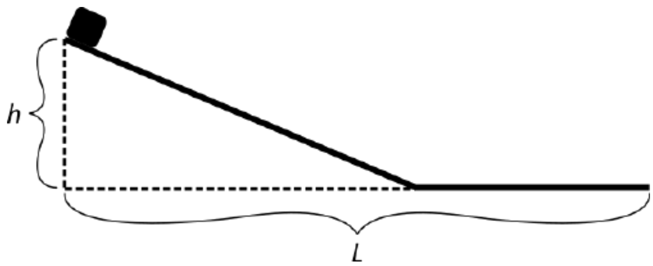
VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

## 1. zadatak (8 bodova)

Automobil vozi po cesti stalnom brzinom od 45 km/h. Pored ceste miruje motocikl i uključuje se u promet 1 minutu nakon što je automobil prošao pored njega. Motocikl se giba jednoliko ubrzano u istome smjeru kao i automobil.

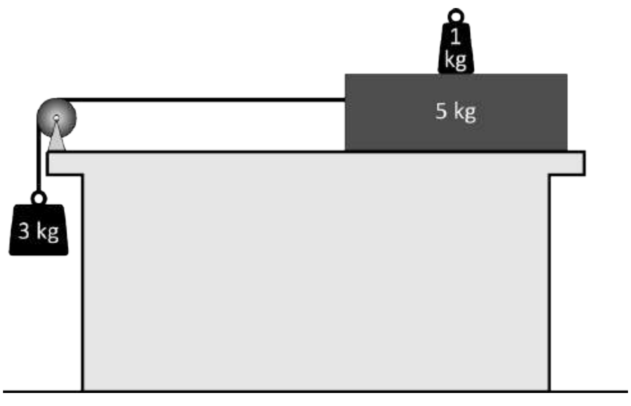
a) Izračunaj ubrzanje motocikla tako da sustigne automobil nakon 3 km vožnje.
b) Izračunaj brzinu motocikla u trenutku kad sustigne automobil.
c) Nacrtaj graf ovisnosti položaja automobila i motocikla o vremenu. Početni trenutak je trenutak prolaska automobila pored motocikla, a konačni trenutak je trenutak u kojemu motocikl sustigne automobil.

## 2. zadatak (10 bodova)




U početnome trenutku malo tijelo se nalazi na vrhu kosine visine $h$ = 0,9 m. Tijelo je zatim pušteno da se giba bez početne brzine. Horizontalna udaljenost od početnoga do konačnoga položaja tijela je $L$ = 4,2 m. Trenje na kosini i na horizontalnome dijelu puta je zanemarivo. Koliki treba biti omjer duljine kosine i duljine horizontalnoga dijela puta tako da gibanje tijela po pojedinome dijelu jednako traje?

## 3. zadatak (9 bodova)




U sustavu prikazanome na slici jedan kraj užeta pričvršćen je za kvadar duljine 1,5 m i mase 5 kg, a drugi kraj užeta za uteg mase 3 kg. Na sredini kvadra nalazi se uteg mase 1 kg. Stol na kojemu se nalazi opisani sustav je nepomičan. U početnome trenutku sustav se počinje gibati iz mirovanja. Koeficijent trenja između daske i stola je 0,3, a trenje između daske i utega je zanemarivo. Masa užeta i koloture je zanemariva. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s$^2$. Zanemari dimenzije utega mase 1 kg. Izračunaj udaljenost koju prijeđe uteg mase 3 kg u prvih 1,8 s gibanja.

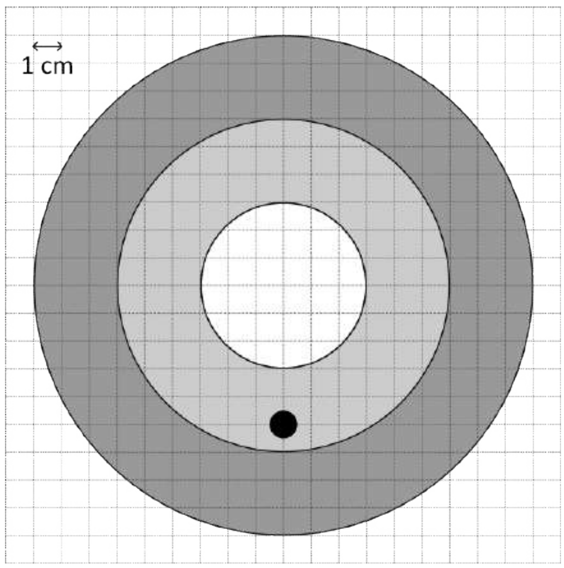
**4. zadatak (11 bodova)**

Zec miruje na livadi na određenoj udaljenosti od zečje rupe. Jastreb leti stalnom brzinom od 61,2 km/h prema lijevo na stalnoj visini od 60 m iznad tla. U trenutku kad se jastreb približi zecu na horizontalnu udaljenost od 39 m, jastreb i zec međusobno se spaze. U tome trenutku zec počinje trčati prema zečjoj rupi, a jastreb mijenja smjer gibanja. Smjer brzine jastreba sad je prema zečjoj rupi, a iznos brzine je nepromijenjen. Zec trči jednoliko ubrzano dok ne postigne brzinu od 12 m/s, a zatim trči stalnom brzinom. Vrijeme potrebno da zec dotrči do zečje rupe je 7 s. Jastreb ne uspijeva uloviti zeca i u trenutku kad zec stiže u zečju rupu nalazi se na udaljenosti od 8,5 m od zeca.

a) Izračunaj početnu udaljenost zeca od zečje rupe.
b) Izračunaj vrijeme ubrzavanja zeca.


**5. zadatak (9 bodova)**

Vertikalno postavljena meta sastoji se od tri koncentrična kruga čiji su promjeri redom jednaki 6 cm, 12 cm i 18 cm. Čovjek iz puške ispaljuje metak promjera 1 cm u horizontalnome smjeru. Brzina metka neposredno nakon ispaljivanja okomita je na ravninu mete. Čovjek nišani točno u središte mete. Na slici je crnim kružićem prikazano gdje je metak pogodio metu. Brzina metka je 239 m/s. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s$^2$.




a) Izračunaj udaljenost čovjeka od mete.
b) Za koju se najamanju udaljenost čovjek mora približiti meti tako da cijeli metak pogodi najmanji (bijeli) krug?
c) Čovjek ostaje na udaljenosti od mete kao u zadatku b). Vjetar puše slijeva nadesno brzinom 6,1 km/h. Zanemari utjecaj zraka na gibanje metka u svim ostalim smjerovima. Čovjek ispaljuje metak u horizontalnome smjeru i pogađa u središte mete. Brzina metka neposredno nakon ispaljivanja okomita je na ravninu mete. Odredi koordinate točke u koju je nišanio. Pravokutni koordinatni sustav postavljen je tako da je ishodište u središtu mete, pozitivan smjer $x$ osi prema desno, a pozitivan smjer $y$ osi prema gore.

**Županijsko natjecanje iz fizike 2023/2024**
**Srednje škole – 1. grupa**
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

**1. zadatak (8 bodova)**

Put, koji prijeđe automobil od trenutka prolaska pored motocikla do trenutka u kojem se motocikl uključuje u promet, je:

$s_0 = v_{auto}t_0 = 45\ \text{km/h} \cdot 1\ \text{min} = 45 \cdot \dfrac{1000}{60}\ \text{m/min} = 750\ \text{m}.$ **(1 bod)**

Do sustizanja automobila motocikl prelazi put od $s$ = 3 km:

$s = \dfrac{1}{2}at^2.$ **(1 bod)**

U istom vremenu automobil prelazi put:

$s - s_0 = v_{auto}t,$

$3000\ \text{m} - 750\ \text{m} = 45 \cdot \dfrac{1000}{3600}\dfrac{m}{\text{s}} \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = 180\ \text{s} = 3\ \text{min}.$ **(2 boda)**

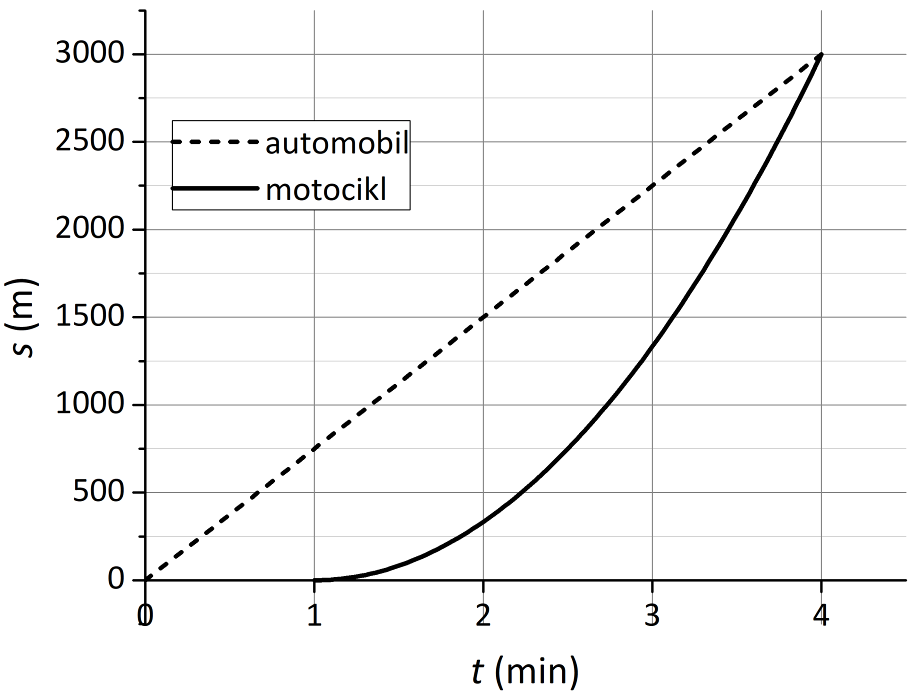
Slijedi da je ubrzanje motocikla jednako:

$a = \dfrac{2s}{t^2} = \dfrac{2 \cdot 3000\ \text{m}}{(180\ \text{s})^2} = \dfrac{5}{27}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.185\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}.$ **(1 bod)**

Brzina motocikla u trenutku sustizanja je:

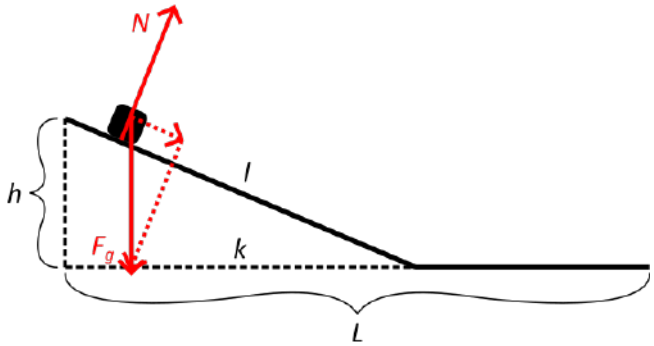
$v = at = 33.3\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 120\dfrac{\text{km}}{\text{h}}.$ **(1 bod)**

Ovisnost položaja automobila i motocikla o vremenu prikazana je na slici. **(2 boda)**



**2. zadatak (12 bodova)**

Na slici su prikazane sile koje djeluju na malo tijelo na kosini: gravitacijska sila $F_g$ i sila reakcije podloge $N$. Sila $F_g$ rastavljena je na komponentu paralelnu kosini $F_1$ i komponentu okomito na kosinu. Drugi Newtonov zakon za gibanje tijela niz kosinu je:




$ma = F_1$, **(1 bod)**

Iz sličnosti trokuta slijedi da je

$\frac{F_1}{F_g} = \frac{h}{l}$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem dobijemo ubrzanje tijela na kosini:

$ma = \frac{h}{l}F_g = \frac{h}{l}mg,$

$a = \frac{h}{l}g$. **(1 bod)**

Vrijeme $t_1$ potrebno da tijelo dođe do dna kosine je:

$l = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l^2}{hg}} = l\sqrt{\frac{2}{hg}}$. **(1 bod)**

Tijelo se po ravnom dijelu giba stalnom brzinom $v$ koja je jednaka:

$v = at_1 = \frac{h}{l}g \cdot l\sqrt{\frac{2}{hg}} = \sqrt{2hg}$. **(1 bod)**

Vrijeme $t_2$ potrebno da prijeđe ravni dio puta je:

$t_2 = \frac{L-k}{v} = \frac{L-k}{\sqrt{2hg}}$. **(1 bod)**

Uvjet zadatka je $t_1 = t_2$, odnosno:

$l\sqrt{\frac{2}{hg}} = \frac{L-k}{\sqrt{2hg}}$. **(1 bod)**

Sređivanjem jednadžbe i uvrštavanjem poznatih veličina dobije se:

$2l = L - k$

$2\sqrt{h^2 + k^2} = L - k,$

$4h^2 + 4k^2 = L^2 - 2Lk + k^2,$

$3k^2 + 2Lk + 4h^2 - L^2 = 0,$

$3k^2 + 8.4k - 14.4 = 0,$

$5k^2 + 14k - 24 = 0,$

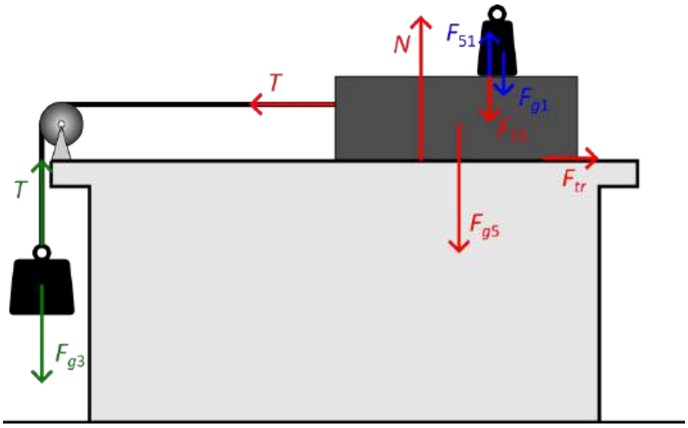
$(5k - 6)(k + 4) = 0$. **(2 boda)**

Fizikalno prihvatljivo rješenje jednadžbe je $5k - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad k = 1.2\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

Omjer puta po kosini i puta po ravnom dijelu je:

$\frac{\sqrt{h^2 + k^2}}{L - k} = \frac{1.5\ \mathrm{m}}{4.2\ \mathrm{m} - 1.2\ \mathrm{m}} = \frac{1.5}{3} = 0.5$. **(2 boda)**

## 3. zadatak (11 bodova)




Dijagram sila za svako tijelo prikazan je na slici. Zelenom bojom označene su sile na uteg mase 3 kg, crvenom bojom sile na dasku i plavom bojom sile na uteg mase 1 kg. Prema drugom Newtonovom zakonu slijede jednadžbe gibanja **(2 boda)**:

$m_3 a = m_3 g - T,$

$m_5 a = T - F_{tr},$

$0 = m_5 g + F_{15} - N,$

$0 = m_1 g - F_{51}.$

Sila trenja jednaka je $F_{tr} = \mu N$, gdje je $N$ sila podloge (stola) na dasku. Zbog trećeg Newtonovog zakona vrijedi $F_{15} = F_{51}$. Iz treće i četvrte jednadžbe dobijemo $N = (m_5 + m_1)g$ pa je sila trenja jednaka: $F_{tr} = \mu(m_5 + m_1)g$. **(2 boda)**

Iz prve i druge jednadžbe dobijemo ubrzanje sustava neposredno nakon početka gibanja:

$$(m_3 + m_5)a = m_3 g - \mu(m_5 + m_1)g,$$

$$a = \frac{m_3 - \mu(m_5 + m_1)}{m_3 + m_5} g,$$

$$a = \frac{3 - 0.3 \cdot (5+1)}{3+5} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 1.5\,\mathrm{m/s^2}\,.\ \mathbf{(2\ boda)}$$

Nakon što se daska pomakne za pola svoje duljine (*d*/2 = 0.75) m prema lijevo (istovremeno se i uteg mase 3 kg pomakne za 0.75 m prema dolje), uteg padne s daske i nakon toga više ne utječe na gibanje sustava. Ubrzanje daske i utega mase 3 kg sada je jednako:

$$a' = \frac{m_3 - \mu m_5}{m_3 + m_5} g,$$

$$a' = \frac{3 - 0.3 \cdot 5}{3+5} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 1.875\,\mathrm{m/s^2}\,.\ \mathbf{(1\ bod)}$$

Vrijeme do pada utega mase 1 kg s daske i brzina sustava u tom trenutku su:

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = 1\,\mathrm{s}.\ \mathbf{(1\ bod)}$$

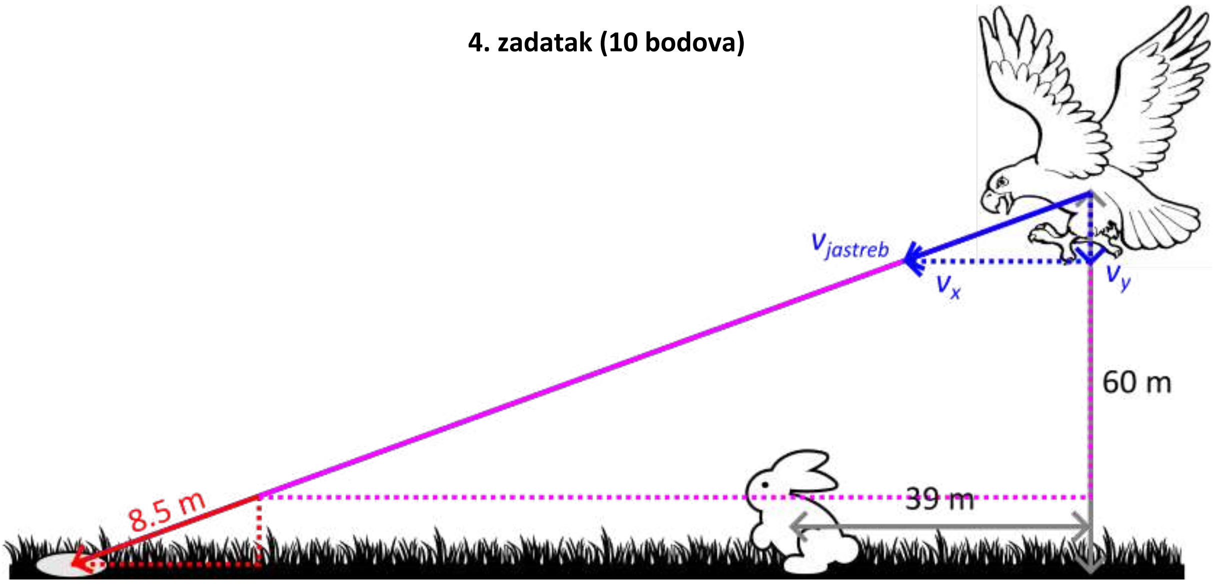
$$v = at = 1.5\,\mathrm{m/s}\,.\ \mathbf{(1\ bod)}$$

U preostalom vremenu uteg mase 3 kg prelazi put:

$$s = v(1.8\,\mathrm{s} - t) + \frac{1}{2}a'(1.8\,\mathrm{s} - t)^2 = 1.8\,\mathrm{m}.\ \mathbf{(1\ bod)}$$

Ukupan prijeđeni put je 0.75 m + 1.8 m = 2.55 m. **(1 bod)**

**4. zadatak (10 bodova)**




Brzinu jastreba $v_{jastreb}$ rastavimo na horizontalnu komponentu $v_x$ (prema lijevo) vertikalnu komponentu $v_y$ (prema dolje). Sa slike možemo zaključiti da za vrijeme gibanja zeca jastreb prelazi horizontalnu, odnosno vertikalnu udaljenost:

$x_{jastreb} = 39\ \mathrm{m} + x_{zec} - x_{konačno}$, **(1 bod)**

$y_{jastreb} = 60\ \mathrm{m} - y_{konačno}$, **(1 bod)**

gdje je $x_{zec}$ udaljenost zeca u početnom položaju od zečje rupe, $x_{konačno}$ i $y_{konačno}$ su horizontalna, odnosno vertikalna udaljenost jastreba od zečje rupe u trenutku kada zec stiže do zečje rupe. Također vrijedi:

$x_{jastreb} = v_x t$,

$y_{jastreb} = v_y t$. **(1 bod)**

Zbog sličnosti trokuta vrijedi:

$\frac{v_x}{v} = \frac{x_{konačno}}{d}, \frac{v_y}{v} = \frac{y_{konačno}}{d}$, **(1 bod)**

gdje je $d$ = 8.5 m udaljenost jastreba od zečje rupe u trenutku kada zec stiže do zečje rupe. Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$$v_y t = 60\ \mathrm{m} - d\frac{v_y}{v},$$

$$v_y \cdot 7\ \mathrm{s} = 60\ \mathrm{m} - 8.5\ \mathrm{m} \cdot \frac{v_y}{17\ \mathrm{m/s}},$$

$v_y = 8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s.}}$ **(1 bod)**

Sada možemo izračunati horizontalnu komponentu brzine jastreba:

$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = 15\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobijemo:

$$v_x t = 39\ \mathrm{m} + x_{zec} - d\frac{v_x}{v},$$

$$15\ \mathrm{m/s} \cdot 7\ \mathrm{s} = 39\ \mathrm{m} + x_{zec} - 8.5\ \mathrm{m} \cdot \frac{15\ \mathrm{m/s}}{17\ \mathrm{m/s}},$$

$x_{zec} = 73.5\ \mathrm{m}$. **(2 boda)**

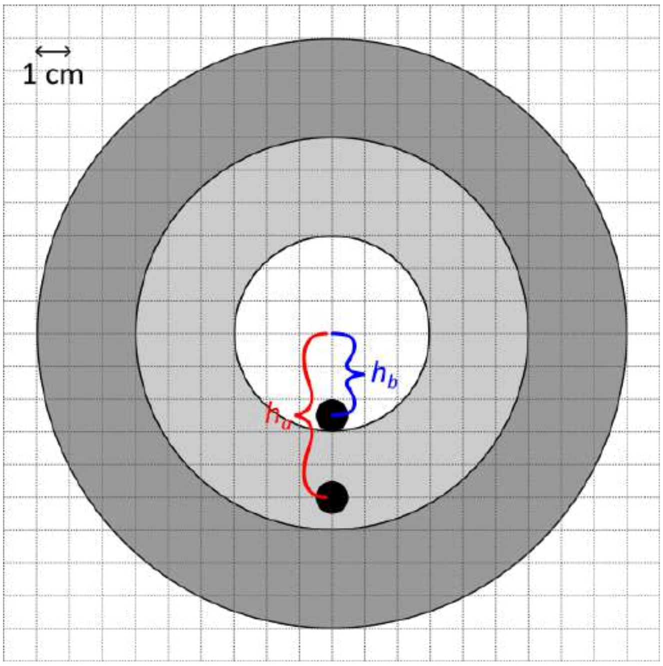
Za gibanje zeca možemo napisati jednadžbu:

$x_{zec} = \frac{vt'}{2} + v(t - t')$, **(1 bod)**

Gdje je $v$ konačna brzina zeca, $t'$ je vrijeme ubrzavanja i $t$ je ukupno vrijeme gibanja zeca. Slijedi:

$x_{zec} = vt - \frac{vt'}{2} \quad \Rightarrow t' = 2t - \frac{2x_{zec}}{v} = 1.75\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**

**5. zadatak (9 bodova)**




a) Sa slike vidimo da je metak za vrijeme leta prešao vertikalnu udaljenost od središta mete do mjesta prolaska kroz metu koja iznosi $h_a$ = 5 cm. Slijedi da je vrijeme leta metka jednako:

$$h_a = \frac{1}{2} g t_a^2 \quad \Rightarrow$$

$$t_a = \sqrt{\frac{2h_a}{g}},$$

$$t_a = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.05 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 0.1 \text{ s. } \mathbf{(2\ boda)}$$

U tom vremenu metak prijeđe horizontalnu udaljenost:

$$s_a = v t_a = 239 \text{ m/s} \cdot 0.1\text{s}$$
$$= 23.9 \text{ m. } \mathbf{(1\ bod)}$$

b) Sa slike zaključujemo da je maksimalna vertikalna udaljenost koju priđe metak za vrijeme leta $h_b$ = 2.5 cm **(1 bod)**. Slijedi da je vrijeme leta u ovom slučaju:

$$h_b = \frac{1}{2} g t_b^2 \quad \Rightarrow \quad t_b = \sqrt{\frac{2h_b}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.025 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 0.071 \text{ s. } \mathbf{(1\ bod)}$$

U tom vremenu metak prelazi horizontalnu udaljenost:

$$s_b = v t_b = 16.9 \text{ m. } \mathbf{(1\ bod)}$$

Čovjek se mora približiti meti za

$$\Delta s = s_a - s_b = 7 \text{ m. } \mathbf{(1\ bod)}$$

c) Metak za vrijeme leta prelazi jednaku vertikalnu udaljenost prema dolje kao u b) dijelu zadatka, odnosno 2.5 cm. Zbog vjetra metak prelazi udaljenost prema desno:

$$s_a = v_{vjetar} t_b = 0.12 \text{ m} = 12 \text{ cm. } \mathbf{(1\ bod)}$$

U zadanom koordinatnom sustavu čovjek nišani točku (-12 cm, 2.5 cm). **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2024.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni nikakve druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (10 bodova)

Mali mjehurić počinje se s dubine 75 cm vrlo polako uzdizati u visokoj čaši ispunjenoj idealnim fluidom gustoće 3102 kg/m$^3$ i konstantne temperature -200°C. Ako je mjehurić sastavljen od 0.05 mola molekula mase $4.982 \cdot 10^{-25}$ kg, odredi na kojoj se dubini volumen mjehurića poveća za jednu osminu.
Dodatno, odredi i ukupnu silu na mjehurić na toj dubini. Pretpostavi da se plin u mjehuriću može opisati jednadžbom stanja idealnoga plina te da se mjehurić ne razdvaja pri uzdizanju.

2. zadatak (10 bodova)

Dane su tri posude, prva je ispunjena s jednim kilogramom leda temperature -10°C, druga s dva kilograma vode temperature 10°C, a treća sa šest petina kilograma vode temperature 95°C. Ako smiješ više puta po dvije posude staviti u termalni kontakt i razdvojiti ih kad želiš te ako je to jedini način prijenosa topline u tome sustavu (dakle, posuda koja nije u kontaktu ni s jednom drugom posudom ne prima ni gubi toplinu), odredi koja je najveća temperatura na koju se može podići posuda s ledom.
Specifični toplinski kapacitet leda je 2.1 kJ/kgK, vode 4.19 kJ/kgK, specifična toplina taljenja leda 330 kJ/kg, dok se kapaciteti materijala od kojih su napravljene posude mogu zanemariti.

3. zadatak (10 bodova)

Posuda volumena 7L ispuni se s 2 mola idealnoga plina i zabrtvi tako da je u njoj konačni tlak trostruko veći od atmosferskoga. Na posudu se zatim s pomoću jednosmjernoga ventila spoji druga, vakuumirana, posuda dvostruko manjega volumena. Ventil propušta čestice iz veće u manju posudu dokle god je tlak u većoj posudi za najmanje 5 kPa veći od tlaka u manjoj posudi. Primijećeno je da je nakon toga u manjoj posudi 2 puta više čestica nego u većoj posudi. Kolike su konačne temperature plina u svakoj posudi? Cijeli je sustav termički izoliran od okoline. Zanemari toplinske kapacitete materijala od kojih su napravljene posude i ventil.

4. zadatak (8 bodova)

   Između dvaju konačno velikih toplinskih spremnika postavljena su dva identična Carnotova stroja. Jedan radi kao toplinski stroj, uzimajući 1 kJ topline iz toplijega spremnika svake sekunde te predaje 40 % svjega izlaznog rada drugom stroju koji se time pogoni kao hladnjak. Ako djelovanjem trećih, vanjskih strojeva održavamo temperature spremnika konstantnima na 500 K i 100 K, odredi koliko topline u jedinici vremena svaki od Carnotovih strojeva predaje ili uzima od spremnika te koliko, povrh toga, topline u jedinici vremena vanjski strojevi trebaju dovoditi ili odvoditi od svakoga spremnika kako bi se oni održali na stalnoj temperaturi.

5. zadatak (12 bodova)

   Kružni proces kroz koji prolazi jedan mol jednoatomnoga idealnog plina sastoji se redom (dva procesa koji su spomenuti jedan za drugim spojeni su, kao i posljednji s prvim), od adijabatske ekspanzije, izohornoga hlađenja, izobarnoga hlađenja te ekspanzije opisane pravcem $p = aV$, pri čemu je $a$ nepoznata, pozitivna konstanta. Tlak i volumen plina na krajnjim točkama adijabate jednaki su: $p_1$ = 3 MPa, $V_1$ = 1 m$^3$, $p_2$ = 944.9408 kPa, $V_2$ = 2 m$^3$. Skiciraj, ne nužno u mjerilu, taj proces u $p$-$V$ dijagramu i naznači smjer u kojemu se odvija. Odredi koliko topline plin prima ili predaje u svakome dijelu kružnoga procesa ako je tlak u točki u kojoj se sijeku izobara i pravac $p = aV$ jednak $p_4$ = 1 kPa.

Fizikalne konstante:

$g$ = 9.81 m/s$^2$
$P_{atm}$ = 101300 Pa
$T_0$ = -273.15°C
$R$ = 8.314 J/Kmol
$N_a$ = 6.022·10$^{23}$ mol$^{-1}$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2024.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

**Zadatak 1.** (ukupno bodova: 10)

Označimo gustoću tekućine s $\rho_T$, tada je tlak na dubini $h$ zbroj hidrostatskog i atmosferskog tlaka

$$p(h) = p_{\text{atm}} + \rho_T g h\,. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Mjehurić se ponaša u skladu s jednadžbom stanja idealnog plina, a kako je masa tekućine efektivno beskonačna u usporedbi s malim mjehurićem promjena kroz koju on prolazi je izotermna, pa vrijedi

$$pV = nRT = \text{const.} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Uvrstimo li uvjet za povećanje volumena dobivamo sljedeću jednadžbu

$$\frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h_x} = \frac{9}{8}\frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h_0}\,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

pri čemu je $h_0$ početna dubina, a $h_x$ tražena dubina. Rješavanjem jednadžbe dolazimo do tražene dubine

$$h_x = \frac{8h_0}{9} + \left(\frac{8}{9} - 1\right)\frac{p_{\text{atm}}}{g\rho_T} = 0,2968\,\text{m}\,. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Rezultantna sila na mjehurić je zbroj sile uzgona i sile teže te je jednaka

$$F_R = F_u - F_g = \rho_T V g - mg = \frac{nRT}{p_{\text{atm}} + \rho_T g h} - nN_a m_m g\,. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

pri čemu je $m_m$ masa molekule plina, a $N_a$ avogadrova konstanta. Uvrštavanjem dobivamo $F_R = 8,2398$ N **(1 bod)**.

**Zadatak 2.** (ukupno bodova: 10)

Metoda kojoj ćemo ostvariti najveću promjenu je da prvo spojimo prvu i drugu posudu te pustimo da se izmjeni sva toplina koja se može izmjeniti između njih, potom ih razdvojimo i spojimo treću posudu **(2 boda)**.
Prvi korak je zagrijavanje leda do ništice nauštrb temperature druge posude koja na kraju ovog procesa iznosi

$$T_2 = T_{2,\text{početna}} - \Delta T = T_{2,\text{početna}} - \frac{\Delta T_{\text{led}} m_{\text{led}} c_{\text{led}}}{m_{\text{voda},2} c_{\text{voda}}} = 7{,}4940°\text{C}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Sljedeće se led otapa sve dok druga posuda ne postigne temperaturu od 0°C, a masa leda koji se otopio lako se odredi

$$\Delta m_{\text{led}} = \frac{\Delta Q}{\lambda_{\text{led}}} = \frac{T_2 m_{\text{voda},2} c_{\text{voda}}}{\lambda_{\text{led}}} = 0{,}1903\,\text{kg}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Sada je druga posuda predala prvoj svu toplinu koju je mogla predati pa ju udaljimo i stavimo prvu i treću u kontakt, izmjena topline započinje te se led nastavlja taliti. Do trenutka kada se sav led otopio temperatura treće posude postane

$$T_3 = T_{3,\text{početna}} - \Delta T = T_{3,\text{početna}} - \frac{\lambda\,(m_{\text{led}} - \Delta m_{\text{led}})}{m_{\text{voda},3} c_{\text{voda}}} = 41{,}8574\,°\text{C}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Konačno, treća posuda predaje toplinu prvoj dok im se temperature ne izjednače, pa je maksimalna temperatura na koju možemo dovesti prvu posudu

$$m_{\text{voda},1} c_{\text{voda}} \Delta T_1 = m_{\text{voda},3} c_{\text{voda}} \Delta T_3 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$(T_{1,\max} - 0\,°\text{C}) = 1{,}2(41{,}8574\,°\text{C} - T_{1,\max}) \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$T_{1,\max} = 22{,}8313\,°\text{C}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

**Zadatak 3.** (ukupno bodova: 10)

U početnom stanju temperaturu velikog spremika možemo odrediti iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$T_0 = \frac{pV}{nR} = 127,9348\,\mathrm{K}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Nadalje, za oba spremnika vrijedi

$$p_1 V = n_1 R T_1\,, \qquad p_2 \frac{V}{2} = n_2 R T_2\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

U konačnom stanju tlak u većem spremniku je veći za $\Delta p = 5\mathrm{kPa}$ od tlaka u manjem $p_1 = p_2 + \Delta p$ (**2 boda**). Također, vrijedi da se ukupan broj čestica ne mijenja $n = n_1 + n_2$ (**2 boda**) te da je unutarnja energija očuvana $U_0 = U_1 + U_2$ (**1 bod**), odnosno $nT_0 = n_1 T_1 + n_2 T_2$ (**1 bod**). Uvrštavanjem $n_2 = 2n_1$ i ostalih uvjeta dobiju se konačne temperature oba spremnika

$$T_1 = \frac{V}{nR}(2p + \Delta p) = 257,9745\,\mathrm{K}, \qquad \textbf{(1 bod)} \tag{1}$$

$$T_2 = \frac{V}{2nR}(p - \Delta p) = 62,9150\,\mathrm{K}. \qquad \textbf{(1 bod)} \tag{2}$$

**Zadatak 4.** (ukupno bodova: 8)

Označimo temperaturu toplijeg spremnika s $T_>$, hladnijeg s $T_<$, toplinu koju stroj izmjenjuje sa toplijim spremnikom u jednom radnom ciklusu s $Q_>$, a toplinu koju izmjenjuje s hladnijim s $Q_<$. Tada, za oba Carnotova stroja vrijedi

$$\frac{Q_>}{Q_<} = \frac{T_>}{T_<} = 5\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Carnotov stroj namješten kao toplinski stroj predaje hladnijem spremniku

$$Q_<^{\mathrm{TS}} = \frac{1}{5} Q_>^{\mathrm{TS}}\,,$$

odnosno, snaga predane topline je 200 W **(1 bod)**. Istovremeno rad mu je $W^{\mathrm{TS}} = 4/5\, Q_>^{\mathrm{TS}}$. Uzmemo li u obzir da za hladnjak vrijedi ista relacija s početka te da je njegov ulazni rad jednak 40% rada toplinskog stroja imamo

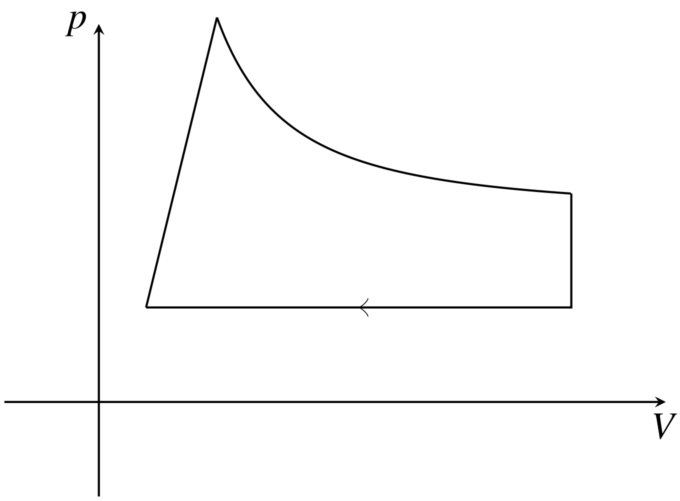
$$W^{\mathrm{H}} = 4Q_<^{\mathrm{H}} = 0.4W^{\mathrm{TS}} = \frac{8}{25} Q_>^{\mathrm{TS}}\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Iz ovoga, sređivanjem slijedi $Q_<^{\mathrm{H}} = 2/25\, Q_>^{\mathrm{TS}}$, odnosno, da je snaga topline koju hladnjak uzima od hladnijeg spremnika jednaka 80W **(1 bod)**. Usporedimo li ovaj rezultat s prethodnim možemo zaključiti da je potrebno hladiti hladniji spremnik, i to snagom 120 W **(1 bod)**. Toplina koju hladnjak predaje toplijem spremniku je

$$Q_>^{\mathrm{H}} = 5Q_<^{\mathrm{H}} = \frac{2}{5} Q_>^{\mathrm{TS}}\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Pripadna snaga iznosi 400 W **(1 bod)**, što znači da moramo grijati topliji spremnik snagom od 600 W **(1 bod)**.

**Zadatak 5.** (ukupno bodova: 12)




Skica ne mora biti u mjerilu, ali okvirno, uz točan poredak dijelova procesa, treba biti vidljivo da se pravac $p = aV$ može produžiti do ishodišta, da je adijabata zakrivljena krivulja te da su izohora, odnosno izobara, paralelni s ordinatom, odnosno, apscisom **(1 bod)**. Dodatno, i smjer procesa mora biti točno naznačen **(1 bod)**.

Prateći redoslijed iz teksta zadataka označimo točke brojevima od 1 do 4, u smjeru procesa, počevši od točke najvećeg tlaka $p_1 = 3$ MPa. Odmah možemo zaključiti, kako je riječ o izohornoj promjeni na dijelu 2-3, da je $V_3 = V_2 = 2$ m$^3$ **(1 bod)**. Prateći izobarnu promjenu 3-4 vidimo da će tlakovi biti isti, pa je $p_3 = p_4 = 1$ kPa **(1 bod)**. Konačno, proučimo li točku 1, lako dobijemo nagib pravca kao kvocijent tlaka i volumena $a = 3 \times 10^6$ Pa/m$^3$ **(1 bod)**. Koristeći sada poznatu jednadžbu pravca imamo da je $V_4 = 3,333 \times 10^{-4}$ m$^3$ **(1 bod)**.

Osnovna definicija adijabate je da na njoj nema izmjene topline, pa je $\Delta Q_{1,2} = 0$ **(1 bod)**. Na izohori 2-3 rad plina je jednak nuli, pa izmjenjena toplina odgovara promjeni unutarnje energije

$$\Delta Q_{2,3} = \Delta U_{2,3} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = -2.8318\,\mathrm{MJ}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Na izobari 3-4 rad plina je

$$\Delta W_{3,4} = p_3 \Delta V_{3,4} = -1.9997\,\mathrm{kJ}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Tada je ukupna izmijenjena toplina jednaka

$$\Delta Q_{3,4} = \Delta U_{3,4} + \Delta W_{3,4} = -4,9992\,\mathrm{kJ}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Na pravcu 4-1 rad plina možemo dobiti kao površinu ispod pravca, što se najlakse određuje geomatrijski rastavljanjem površine na trokut (koji leži iznad izobare 3-4) te pravokutnik (koji se nalazi ispod njega) **(1 bod)**. Kada se uvrste vrijednosti dobivamo

$$\Delta Q_{4,1} = \Delta U_{4,1} + \Delta W_{4,1} = 6,0000\,\mathrm{MJ}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Fizikalne konstante:
$g = 9.81$ m/s$^2$;
$P_{\text{atm}} = 101300$ Pa;
$T_0 = -273,15°\text{C}$
$N_a = 6.022 \times 10^{23}$ mol$^{-1}$
$R = 8.314$ J/Kmol.

# Zadatci za županijsko natjecanje 2024. – 3. skupina

**1. zadatak (10 bodova)**

Tanki bakreni prsten promjera D nabijen je linearnom gustoćom naboja (elektrona) $\lambda$. Zbog njegova oscilatornoga gibanja u sredini prstena stvara se magnetsko polje okomito na ravninu prstena. Ako je vrijednost toga magnetskog polja jednaka $B(t) = B_0 \sin \omega t$, odredi izraz za pomak od ravnoteže jednoga elektrona $x(t)$ i brzinu $v(t)$ preko $B_0$, $\omega$, $\lambda$ i D. Zanemari elektromagnetske efekte zbog akceleriranoga naboja.

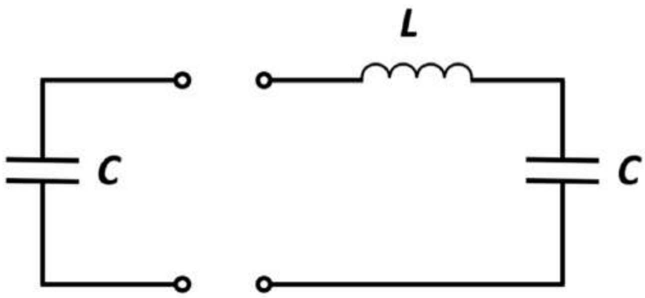
**2. zadatak (10 bodova)**

Metalna petlja oblika romba stranice a = 5 mm, jednoga kuta $\alpha = 30^\circ$ i otpora R = 0,2 Ω nalazi se unutar zavojnice promjera D = 10 mm, gustoće namotaja $n = 20\ \text{mm}^{-1}$, kojom teče istosmjerna struja I = 10 A. Petlja je postavljena tako da kroz nju prolazi pola maksimalnoga toka magnetskoga polja. U jednome trenutku ugasimo struju. Koliko je pritom naboja proteklo petljom?

**3. zadatak (6 bodova)**

Na izvor izmjeničoga napona efektivne vrijednosti $U_0 = 220$ V, unutarnjega otpora r i frekvencije f = 50 Hz spojimo zavojnicu induktiviteta L = 100 mH i otpora R = 50 Ω. Odredi unutarnji otpor izvora r ako je struja u strujnome krugu I = 1,5 A. Odredi kut koji zatvara struja s naponom.

**4. zadatak (14 bodova)**




Na slici je prikazan idealni krug koji se sastoji od dvaju identičnih kondenzatora C = 10 μF i zavojnice indukcije L = 2.7 mH. Lijevi kondenzator spojimo prvo na bateriju napona U = 24 V, a potom vratimo u strujni krug u trenutku t = 0. Nađi:

a) frekvenciju titranja strujnog kruga

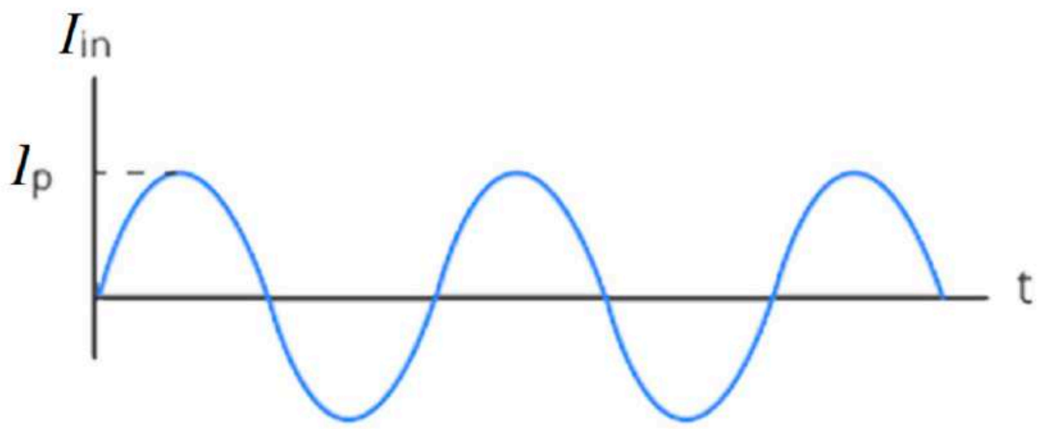
b) vrijeme u kojemu energija magnetskoga polja zavojnice dostiže maksimum i vrijednost te energije

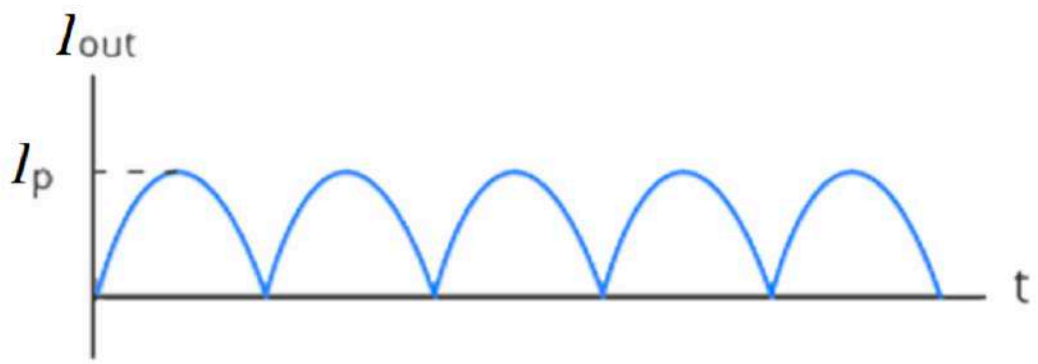
c) vrijeme u kojemu je naboj na desnome kondenzatoru maksimalan i vrijednost toga naboja.

**5. zadatak (10 bodova)**

Istosmjerni izvor struje $I_{DC}$ napuni bateriju za t = 1 h. Punimo li bateriju preko izvora izmjenične struje frekvencije f = 50 Hz i efektivne vrijednosti $I_{eff} = I_{DC}$ tako da je spojimo preko punovalnoga ispravljača, koliko će tada vremena trebati da se napuni baterija?

Pretpostavimo da se baterija stalno puni jednakom strujom i predstavlja čisti omski otpor. Punovalni ispravljač propušta pozitivni dio struje, a negativni pretvara u pozitivni (slika).




Koristan podatak za zadatak: površina ispod krivulje poluperioda sinusa amplitude 1 (y = sin x) iznosi A = 2.

# Županijsko natjecanje iz fizike, 2024.
# Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

### 1. zadatak (10 bodova)

Treba prepoznati da je prsten s nabojem koji se giba identičan strujnoj petlji. **(1 bod)**
Magnetsko polje je u centru strujne petlje dano izrazom $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$, gdje je $R = \frac{D}{2}$ radijus petlje. **(1 bod)**
Linearna gustoća je dana s ukupnim nabojem po duljini. Kako je duljina prstena $2\pi r$, tada možemo pisati $\lambda = Q/2\pi r$). Iz dane linearne gustoće i preko brzine naboja $v$ možemo izraziti struju: **(2 boda)**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\lambda\,\Delta x}{\Delta t} = \lambda\, v$$

Tada vrijedi: **(1 bod)**

$$B(t) = \frac{\mu_0 \lambda}{2R}\, v(t) = B_0 \sin \omega t$$

Možemo izraziti brzinu: **(1 bod)**

$$v(t) = \frac{2B_0 R}{\mu_0 \lambda} \sin \omega t$$

Kako je ovaj izraz za brzinu isti kao i kod harmoničkog oscilatora, zaključujemo da gibanje naboja predstavlja harmonički oscilator. Za harmonički oscilator vrijedi da je veza pomaka i brzine trigonometrijska. Kada je brzina najveća u pozitivnom smjeru, h.o. se nalazi u ravnotežnom položaju, i ide prema pozitivnom smjeru. Ako je $v(t) = x_0 \omega \sin \omega t$, mora biti $x(t) = -x_0 \cos \omega t$. **(2 boda)**
Pišemo, uz ponovnu zamjenu $D = 2R$: **(2 boda)**

$$x(t) = -\frac{B_0 D}{\mu_0\, \omega \lambda} \cos \omega t$$

Napomena: vrijednost amplitude $x(t)$ će biti negativna, zbog negativnog naboja elektrona koji se ovdje krije u $\lambda$. Priznaje se ukoliko se taj minus izvadi iz konstante u nekom trenu izvoda, ali mora biti jasno gdje!

### 2. zadatak (10 bodova)

U petlji oblika romba inducira se napon po pravilu:

$$U_{emf} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(\vec{A} \cdot \vec{B})}{\Delta t}$$

Skalarni umnožak površine i magnetskog polja je najveći ako magnetske silnice padaju okomito na površinu, što znači da je petlja tako postavljena da je skalarni umnožak polovina maksimalnog: **(2 boda)**

$$\Phi = AB \cos \varphi = \frac{1}{2} AB$$

Površina romba dana je s $A = a^2 \sin\alpha$, a uz dani kut je: $A = \frac{1}{2}a^2$. **(1 bod)**

Magnetsko polje zavojnice dano je s $B = \mu_0 n I$, gdje je $n$ broj namotaja po jedinici duljine. **(1 bod)**

Kada ugasimo struju, magnetsko polje unutar zavojnice, a time i magnetski tok iščeznu. Struja koja se inducira u petlji $I_{emf}$ pritom se može izraziti kao: **(1 bod)**

$$U_{emf} = I_{emf}R = \frac{a^2 \Delta B}{4\Delta t}$$

S obzirom da ne znamo kako se gasilo magnetsko polje, ne možemo doći do direktnog izraza za struju, ali možemo prepoznati da se naboj koji je protekao petljom može povezati sa induciranom strujom kao: **(2 boda)**

$$I_{emf} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{a^2 \Delta B}{4R\Delta t}$$

Pokratom veličine $\Delta t$ dobijemo konačno: **(1 bod)**

$$\Delta Q = \frac{a^2 \mu_0 n I}{4R} = 7.854 \cdot 10^{-6}$$

Tu smo naravno prepoznali da je $\Delta B$ zapravo $\mu_0 n \Delta I$, te da je ukupna promjena struje u zavojnici $\Delta I = I - 0 = I$. **(2 boda)**
Jedan bod se dodjeljuje svima koji nisu samo *izbrisali* $\Delta$ iz izraza, već obrazložili zašto to čine.

**3. zadatak (6 bodova)**

Strujni krug se dakle sastoji od serijski spojenih izvora, otpora $r$ i $R$ te zavojnice induktiviteta $L$. Impedancija takvog strujnog kruga je: **(1 bod)**

$$Z = \sqrt{(r+R)^2 + (\omega L)^2}$$

Struja u strujnom krugu dana je s: **(1 bod)**

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{(r+R)^2 + (\omega L)^2}}$$

Riješimo po $r$: **(1 bod)**

$$r = \sqrt{\left(\frac{V}{I}\right)^2 - (\omega L)^2} - R$$

Rješenje je $r = 93.26\ \Omega$. **(1 bod)**

Kut koji zatvara struja sa naponom dan je kao: **(1 bod)**

$$\tan\varphi = -\frac{\omega L}{r+R}$$

Traženi kut $\varphi = -12.37°$. **(1 bod)**

**4. zadatak (14 bodova)**

(a) Prepoznajemo $LC$ titrajni krug gdje su (za $t > 0$) dva konenzatora spojena u seriju. **(1 bod)**
Izraz za frekvenciju je: **(1 bod)**

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Izvrijednjeno: $f = 1.370$ kHz. **(1 bod)**

(b), (c) Treba prepoznati što se događa u strujnom krugu. Jednom kada se s nabijenim kondenzatorom zatvori strujni krug struja će poteći kroz zavojnicu do drugog, praznog kondenzatora. Bez zavojnice struja bi prestala teći kada bi se naponi na konenzatorima izjednačili, no uloga zavojnice je induktivna, pa će tada zavojnica nastaviti *gurati* struju usprkos jednakim naponima.

S obzirom da uzimamo da je strujni krug idealan i bez gubitaka, iz simetrije strujnog kruga možemo zaključiti da će na pola perioda titranja ($t = T/2$) drugi kondenzator biti potpuno nabijen. **(1 bod)**

Zbog očuvanja energije u krugu naboj na njemu će biti jednak kao kod prvog kondenzatora na početku ($U$). **(2 boda)**

Struja u krugu će tada biti nula, a prvi kondenzator će biti prazan.

Nakon toga počinje pražnjenje drugog i punjenje prvog kondenzatora. Važno je primjetiti da napon na kondenzatorima neće nikada biti negativan zbog toga! **(1 bod)**
Možemo pisati napone na njima kao: **(1 bod)**

$$U_L = \frac{U}{2}(1 + \cos\omega t)$$
$$U_R = \frac{U}{2}(1 - \cos\omega t)$$

Energija magnetskog polja zavojnice je maksimalna kada je struja maksimalna, a zbog simetrije to je u vremenu $t = T/4$. **(2 boda)**

Tada je, iz gore priloženog opisa, naboj na oba kondenzatora jednak $U_C = \frac{U}{2}$, **(1 bod)**
pa je ukupna energija u $t = 0$ i u $t = T/4$: **(2 boda)**

$$E_{uk} = \frac{1}{2}CU^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}C\left(\frac{U}{2}\right)^2 + E_{ind}$$

Dakle, energija u trenutku $T/4$ u magnetskom polju je $E_{ind} = \frac{1}{4}CU^2 = 1.44$ mJ. **(1 bod)**

**5. zadatak (10 bodova)**

Koristeći pretpostavku da se baterija puni konstantnom brzinom možemo izračunati kolikim smo nabojem napunili bateriju: **(1 bod)**

$$Q = I_{DC} * t$$

Punjenjem baterije preko izvora izmjenične struje struja nije konstantna, no možemo primjetiti da je naboj uvijek dan kao umnožak struje i vremena, što na grafu struje u vremenu predstavlja površinu ispod krivulje. **(2 boda)**

Budući da nam je dano u zadatku da površina ispod pola sinusa iznosi $A = 2$, možemo izračunati izraz za površinu, tj. naboj $Q(T)$ unutar jednog perioda. Moramo paziti na jedinice jer je $A = 2$ bezdimenzionalna matematička veličina. Da bi došli i mi sa našim $I(t)$ grafom do bezdimenzionalne veličine, moramo apscisu podijeliti s amplitudom $I_A$ a ordinatu s $2\pi/T$ (jer u matematičkom grafu je period $2\pi$. Iz toga možemo saznati koliko bi iznosila naša "dimenzionalna" površina: **(2 boda)**

$$Q_T = 4 \cdot I_A \cdot \frac{T}{2\pi} = \frac{2I_A}{\pi}T$$

gdje je $I_A = \sqrt{2}I_{eff}$ amplituda struje i $T$ period oscilacija. Da bismo našli ukupno vrijeme potrebno da se baterija napuni jednakim nabojem ($\tau$) pišemo: **(2 boda)**

$$\frac{Q}{Q_T} = \frac{\tau}{T}$$

Konačni izraz je: **(2 boda)**

$$\tau = \frac{\pi I_{DC}}{2\sqrt{2}I_{DC}}t = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}t$$

Trebati će $\tau = 1.11$ h, tj. $66.64$ minute. **(1 bod)**

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

**Srednje škole 4. grupa**

**VAŽNO**: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...).
Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

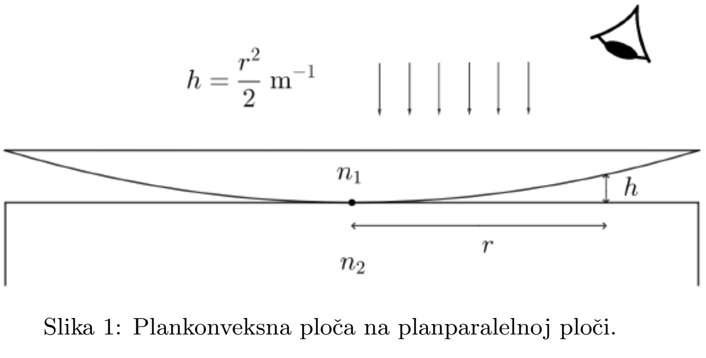
**1. zadatak** *(10 bodova)*
Monokromatsko zračenje upada na plankonveksnu ploču koja se nalazi na planparalelnoj ploči, kao na slici 1. Donji je rub plankonveksne ploče paraboličan. Za indekse loma vrijedi $n_1 > n_2 > n_{zrak} \approx 1$. Opažač uočava interferencijsku sliku (središnji krug + koncentrični prstenovi). Uranjanjem u tekućinu nepoznatoga indeksa loma radijus prvoga svijetlog prstena poveća se za 0.125 mm, a desetoga svijetlog prstena smanji za 0.283 mm. Odredi valnu duljinu zračenja i indeks loma tekućine. Središnji krug uzima se kao nulti tamni/svijetli prsten.

**2. zadatak** *(10 bodova)*
Tanki snop bijele svjetlosti upada na prizmu kao što je prikazano na slici 2. Na udaljenosti 2.5 m od prizme nalazi se zastor na kojemu uočavamo spektar vidljive svjetlosti. Za materijal od kojega je prizma napravljena indeksi loma za rubne dijelove vidljivoga spektra su $n_1 = 1.615$ (crvena svjetlost) i $n_2 = 1.643$ (ljubičasta svjetlost).
a.) Odredi širinu spektra na zastoru. Dimenzije prizme zanemarive su u odnosu na udaljenosti prizme od zastora.
b.) Za koje bi upadne kutove bijele svjetlosti zastor bio potpuno taman. Razmotri samo zrake koje dolaze zdesna.

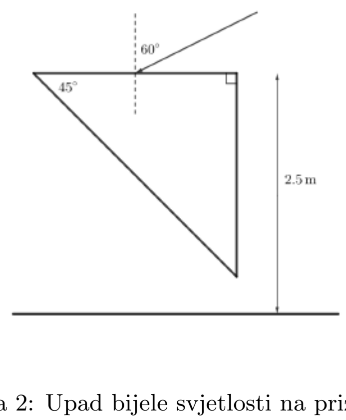
**3. zadatak** *(10 bodova)*
Promatrač sa Zemlje uočava dva svemirska broda koji se kreću po istome pravcu i primjećuje da je jedan od njih dvostruko kraći od drugoga (iako bi imali jednake duljine u mirovanju). Promatrač iz jednoga broda, nazovimo ga brod 1, uočava da promatrač na Zemlji i brod 2 imaju jednak iznos brzine u odnosu na njega.
a.) Objasni gibaju li se brodovi u istome ili suprotnim smjerovima za promatrača na Zemlji.
b.) Koji se brod, 1 ili 2, čini kraći promatraču na Zemlji? Objasni!
c.) Odredi brzine brodova za promatrača na Zemlji. *Uputa*: Ako se dobije kubna jednadžba jedno je rješenje $v = c$, što znači da se kubna jednadžba može faktorizirati kao $(v-c)P_2(v) = 0$, pri čemu je $P_2(v)$ polinom drugoga stupnja.

**4. zadatak** *(10 bodova)*
Zvijezda čije zračenje možemo aproksimirati zračenjem crnoga tijela zrači jednakom snagom oko valnih duljina $\lambda_1$ i $\lambda_2 = 2\lambda_1$. Valna je duljina na kojoj maksimalno zrači 160 nm veća od $\lambda_1$.
a.) Odredi valnu duljinu na kojoj zvijezda maksimalno zrači i temperaturu njezine površine.
b.) Koliko zvijezda gubi mase po jedinici vremena ako je njezin radijus $2.38 \times 10^9$ m?

**5. zadatak** *(10 bodova)*
Uređaj za mjerenje brzine vozila emitira radiovalove frekvencije $f = 20\,\mathrm{GHz}$. Radiovalovi se reflektiraju od vozila koje se kreće brzinom $v$ prema radaru i uređaj detektira reflektirano zračenje koje se pretvara u naponski signal.
a.) Odredi frekvencijski pomak $\Delta f$ između emitiranoga i detektiranoga zračenja.
b.) Detektiranom signalu dodaje se signal iste amplitude, ali frekvencije emitiranoga zračenja te se zatim ukupni signal (tj. njegova apsolutna vrijednost) usrednjuje tako da za vrijeme usrednjavanja $\tau$ vrijedi $(\Delta f)^{-1} \gg \tau \gg f^{-1}$. Odredi brzinu vozila $v$ ako uređaj izbroji 5000 maksimuma po sekundi u usrednjenome signalu.



Slika 1: Plankonveksna ploča na planparalelnoj ploči.



Slika 2: Upad bijele svjetlosti na prizmu.

<u>Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:</u>

brzina svjetlosti $c = 2.99792 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Wienova konstanta $b = 2.89777 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
Planckova konstanta $h = 6.62607 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Boltzmannova konstanta $k_B = 1.38065 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67037 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

**Srednje škole 4. grupa**

## Rješenja i upute za bodovanje

**VAŽNO:** Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

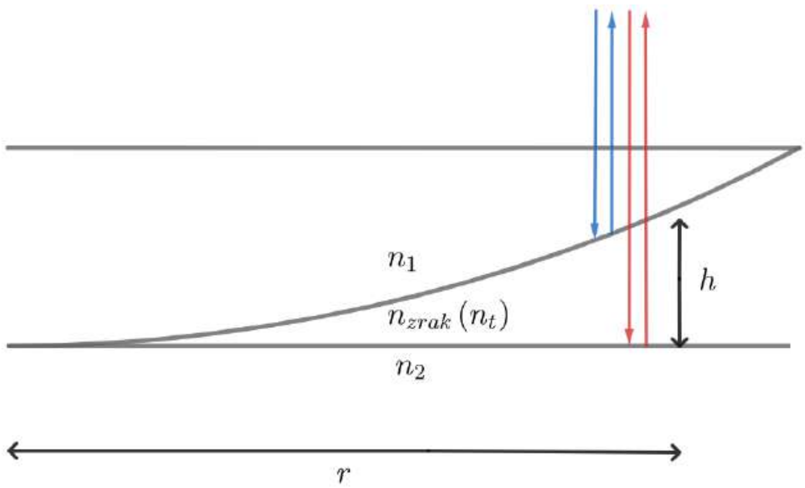
**1. zadatak** *(10 bodova)*

Interferencija se događa na tankom sloju između optičkih ploča kao što je prikazano na donjoj slici. Kada se optički sustav nalazi u zraku optička razlika puteva plave i crvene zrake iznosi:

$$x = 2h + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{1\,\mathrm{m}} + \frac{\lambda}{2}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{1}$$

gdje se $\lambda/2$ javlja zbog refleksije crvene zrake na gušćem sredstvu ($n_2 > n_{zrak}$). Uvjet konstruktivne interferencije $x = k\lambda$ je tada ostvaren za radijuse:

$$r_k = \sqrt{\lambda\left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot 1\,\mathrm{m}}, \quad k = 1,\, 2,\, 3, \dots \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{2}$$




Uronimo li optički sustav u tekućinu nepoznatog indeksa loma postoje dvije mogućnosti. Prva je da je $n_t < n_2$ ili $n_t > n_1$. Tada jedna od promatranih zraka doživi refleksiju na gušćem sredstvu pa slijedi:

$$r_k^t = \sqrt{\frac{\lambda\left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot 1\,\mathrm{m}}{n_t}}, \quad k = 1,\, 2,\, 3, \dots \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{3}$$

Očito se u tom slučaju radijusi svijetlih prstena smanje za faktor $1/\sqrt{n}$ što ne odgovara uvjetima zadatka ([**1 bod**]). **Ako formula (3) nije eksplicitno navedena, svejedno dodijeliti bod za nju ako je očito da je donesen ispravan zaključak**.

Drugi slučaj je kada je $n_2 < n_t < n_1$. Tada nijedna zraka ne doživljava refleksiju na gušćem sredstvu, pa za radijuse svjetlih prstena vrijedi:

$$r_k^t = \sqrt{\frac{k\lambda \cdot 1\,\mathrm{m}}{n_t}}, \quad k = 1,\, 2,\, 3, \dots \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{4}$$

Označimo li promjene radijusa prvog i desetog svijetlog prstena sa $\Delta r_1$ i $\Delta r_{10}$ vrijedi:

$$\Delta r_1 = \sqrt{\lambda \cdot 1\,\mathrm{m}} \left( \sqrt{\frac{1}{n_t}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \right), \tag{5}$$

$$\Delta r_{10} = \sqrt{\lambda \cdot 1\,\mathrm{m}} \left( \sqrt{\frac{10}{n_t}} - \sqrt{\frac{19}{2}} \right). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{6}$$

Možemo uvesti pokratu $u = \sqrt{1/n_t}$. Tada dijeljenjem (5) sa (6) i sređivanjem slijedi:

$$u = \frac{\Delta r_1 \sqrt{\frac{19}{2}} - \Delta r_{10} \sqrt{\frac{1}{2}}}{\Delta r_1 \sqrt{10} - \Delta r_{10}} = 0.863. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{7}$$

Indeks loma tekućine je:

$$n_t = \frac{1}{u^2} = 1.34. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{8}$$

Valnu duljinu upadnog zračenja možemo dobiti npr. iz (5):

$$\lambda = \left[ \frac{\Delta r_1}{\left( \sqrt{\frac{1}{n_t}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \right)} \right]^2 \cdot 1\,\mathrm{m}^{-1} = 643\,\mathrm{nm}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{9}$$

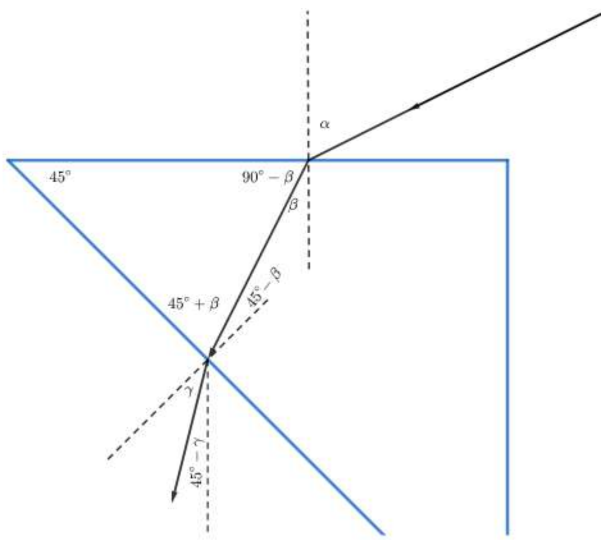
**2. zadatak** *(10 bodova)*

a.) Zbog dvostrukog loma svjetlosti na prizmi dolazi do razlaganje bijele svjetlosti na komponente. Za prvi lom svjetlosti, korištenjem Snellovog zakona dobivamo :

$$\sin\alpha = n \sin\beta. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{10}$$

Uz malo geometrije (vidi donju sliku) slijedi da je upadni kut za drugi lom jednak $45° - \beta$. Tada je izlazni kut u odnosu na okomicu stranice prizme dan sa:

$$\sin\gamma = n \sin(45° - \beta) \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{11}$$




Kut između okomice na zastor i zrake je onda $45° - \gamma$. S obzirom da su dimenzije prizme zanemarive naspram udaljenosti prizme od zastora, horizontalni pomak zrake od upada na prvu plohu prizme do upada na zastor je jednostavno:

$$\Delta x = h \cdot \tan(45° - \gamma), \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{12}$$

gdje je $h$ udaljenost prizme od zastora.

Uzimajući vrijednosti indeksa loma za rubne dijelove spektra dobivamo:

$$\beta_c = 32.428^\circ,\ \beta_{lj} = 31.8097^\circ \ \Rightarrow\ \gamma_c = 20.581^\circ,\ \gamma_{lj} = 22.0187^\circ. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{13}$$

Širina spektra na zastoru je tada:

$$D = h\left[\tan(45^\circ - \gamma_c) - \tan(45^\circ - \gamma_{lj})\right] = 7.48\,\mathrm{cm} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{14}$$

b.) Svjetlost ne dopire do zastora kada se za sve valne duljine u vidljivom spektru javlja totalna refleksija za drugi lom svjetlosti na prizmi. Dakle, zastor je taman kada vrijedi:

$$\left|n\sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)\right| > 1,\ \Rightarrow\ -\frac{1}{n} > \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)\ \vee\ \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) > \frac{1}{n}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{15}$$

S obzirom da je $\sin x$ rastuća funkcija za $-\pi/2 < x < \pi/2$ slijedi:

$$-\arcsin\frac{1}{n} > 45^\circ - \beta\ \vee\ 45^\circ - \beta > \arcsin\frac{1}{n}. \tag{16}$$

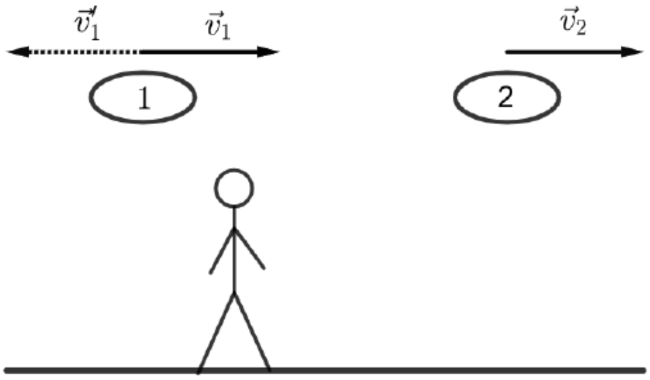
Preuređivanjem i korištenjem (10) dobivamo:

$$n\sin\left(\frac{\pi}{4} + \arcsin\frac{1}{n}\right) < \sin\alpha\ \vee\ \sin\alpha < n\sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{1}{n}\right). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{17}$$

Ubacivanjem vrijednosti za indekse loma rubova vidljivog spektra slijedi da prvi uvjet nije zadovoljen, a drugi uvjet daje $\alpha < 10.9304^\circ$ za $n = 1.615$, odnosno $\alpha < 12.3978^\circ$ za $n = 1.643$. Dakle, zastor je potpuno taman za upadne kuteve $\alpha < 10.9304^\circ$. [**1 bod**]
**S obzirom da u generalnom slučaju prvi uvjet može biti zadovoljen (npr. za druge vrijednosti indeksa loma ili kuta prizme), rješenje koje ne sadrži provjeru tog (ili ekvivalentnog uvjeta) ili argumentaciju koja isključuje potrebu za provjerom, nije potpuno. Sukladno tome se ne može dodijeliti 1 bod predviđen za taj uvjet u jedn. (15).**

**3. zadatak** *(10 bodova)*

a.) Na donjoj slici prikazana su dva moguća slučaja. Bez smanjenja općenitosti uzeli smo da se brod 2 kreće udesno brzinom $v_2$, a onda za brod 1 postoje dvije mogućnosti : kretanje ulijevo ili kretanje udesno. Ako se brod 1 kreće ulijevo onda se za promatrača u brodu 1 promatrač na Zemlji kreće brzinom $v_1'$ udesno, a brod 2 brzinom $v_2' > v_1'$ udesno, tj. očito je da se brod 1 mora kretati udesno kako bi se za promatrača u njemu činilo da promatrač na Zemlji i brod 2 imaju jednake iznose brzina. [**2 boda**]
b.) Kako bi bio ispunjen već spomenuti uvjet logično je da mora vrijediti $v_2 > v_1$ jer za promatrača u brodu 1 promatrač na Zemlji ima brzinu $v_1$, pa bi mu brod 2 imao brzinu $v_2' < v_1$ kada bi vrijedilo $v_1 > v_2$. Drugim riječima faktor kontrakcije duljine je veći za brod 2, tj. promatraču na Zemlji se čini da je brod 2 kraći od broda 1. [**2 boda**]




c.) S obzirom da se brod 2 promatraču na Zemlji čini dvostruko kraćim (a duljine brodova u mirovanju su jednake) vrijedi:

$$2\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}\ \Rightarrow\ 4v_2^2 - v_1^2 = 3c^2. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{18}$$

Nadalje, za brod 2 iznos brzine promatrača na Zemlji je $v_1$, pa je iznos brzine broda 2 promatraču u brodu 1 također $v_1$, tj. vrijedi (zbog relativističkog zbrajanja brzina):

$$v_2' = \frac{v_2 - v_1}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}} = v_1 \;\Rightarrow\; v_2 = \frac{2v_1}{1 + \frac{v_1^2}{c^2}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{19}$$

Uvrštavanjem (19) u (18) i sređivanjem dolazimo do:

$$\frac{v_1^6}{c^6} + 5\,\frac{v_1^4}{c^4} - 9\,\frac{v_1^2}{c^2} + 3 = 0. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{20}$$

Uvođenjem pokrate $\beta = v_1^2/c^2$ dobivamo običnu kubnu jednadžbu:

$$\beta^3 + 5\beta^2 - 9\beta + 3 = 0. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{21}$$

**Dakle, dati 2 boda ako se izraz svede na kubnu jednadžbu, a 1 bod ako se samo (19) uvrsti u (18) i sredi na oblik ekvivalentan jednadžbi (20).**

Jedno očekivano, iako nefizikalno, rješenje jednadžbe je $v_1 = c$ (jer su tada obje duljine brodova "0", a brzine naspram broda 2 jednake $c$, pa su u načelu oba uvjeta zadatka ispunjena). Djeljenjem polinoma sa $(\beta - 1)$ preostaje:

$$\beta^2 + 6\beta - 3 = 0. \tag{22}$$

Fizikalno smisleno rješenje je $\beta = 2\sqrt{3} - 3$, tj. slijedi:

$$v_1 = c\sqrt{2\sqrt{3} - 3} \approx 0.68c. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{23}$$

Uvrštavanjem u (18) slijedi:

$$v_2 = c\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 0.93c. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{24}$$

**Treba priznati sve bodove i ako je jedn. (21) rješena kalkulatorom, ali samo ako je krajnje odabrano rješenje fizikalno ispravno.**

**4. zadatak** *(10 bodova)*

a.) Koristeći Planckov zakon zračenja slijedi:

$$\lambda_1^{-5}\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda_1 kT}\right) - 1\right]^{-1} = \lambda_2^{-5}\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda_2 kT}\right) - 1\right]^{-1}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{25}$$

Korištenjem pokrate $\alpha = \exp(hc/2\lambda_1 kT)$, uvrštavanjem $\lambda_2 = 2\lambda_1$ i preuređivanjem slijedi:

$$\alpha^2 - 32\alpha + 31 = 0. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{26}$$

Fizikalno rješenje je $\alpha = 31$. Nadalje korištenjem Wienovog zakona $\lambda_{max} T = b$ slijedi:

$$\exp\left(\frac{hc\lambda_{max}}{2\lambda_1 kb}\right) = 31. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{27}$$

Koristimo drugi uvjet zadatka $\lambda_1 = \lambda_{max} - \Delta\lambda$, gdje je $\Delta\lambda = 160\,\mathrm{nm}$. Tada slijedi:

$$\lambda_{max} = \frac{2\Delta\lambda\, kb \ln 31}{2kb \ln 31 - hc} = 577.48\,\mathrm{nm}. \quad [\mathbf{1\,bod\,za\,formulu + 1\,bod\,za\,rezultat}] \tag{28}$$

Temperatura površine je onda jednostavno:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} = 5017.96\,\mathrm{K}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{29}$$

b.) Zvijezda gubi energiju zračenjem koju mora nadoknaditi kako bi temperatura površine bila konstantna, pa slijedi:

$$\sigma S T^4 = \frac{\Delta m\, c^2}{\Delta t}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{30}$$

Na lijevoj strani je izražena snaga zračenja (Stefan-Boltzmannov zakon), a desna strana je posljedica ekvivalencije mase i energije. Uvrštavanjem izraza za površinu oplošja kugle $S = 4R^2\pi$ i preuređivanjem (30) lako možemo dobiti:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{4R^2\pi\sigma T^4}{c^2} = 2.85 \times 10^{10}\,\mathrm{kg\,s^{-1}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{31}$$

**5. zadatak** *(10 bodova)*

a.) S obzirom da se vozilo kreće nekom brzinom $v$ naspram uređaja promatrač u vozilu bi detektirao frekvenciju radiovalova:

$$f' = f\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{32}$$

zbog relativističkog Dopplerovog efekta. Radiovalovi se onda reflektiraju od vozila čime je vozilo efektivno izvor radiovalova frekvencije $f'$ (za promatrače koji miruju u sustavu vozila) [**2 boda**], tj. do uređaja dolazi signal frekvencije $f''$:

$$f'' = f'\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = f\,\frac{c+v}{c-v}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{33}$$

Frekvencijski pomak je tada:

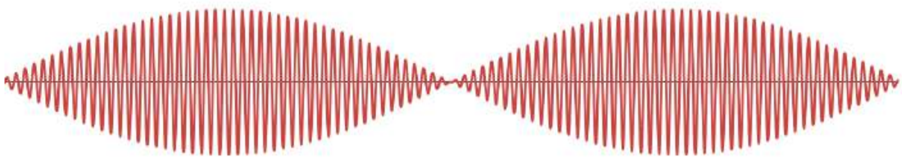
$$\Delta f = f'' - f = f\left(\frac{c+v}{c-v} - 1\right) \approx \frac{2v}{c}\,f. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{34}$$

**Tri boda manje ako se uzme izraz (32) za detektiranu frekvenciju umjesto izraza (33).**

b.) Ako detektiranom signalu dodamo signal iste amplitude frekvencije emitera, onda je ukupni signal:

$$Y(t) = I_0\cos(2\pi f t) + I_0\cos[2\pi(f+\Delta f)t] = 2I_0\cos\left[2\pi\left(f + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right]\cos(\pi\Delta f\, t). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{35}$$

Imamo "brzo" titranje frekvencijom $f + \Delta f/2$ i "sporo" titranje frekvencijom $\Delta f/2$ kao na slici dolje.



Usrednjavanjem apsolutne vrijednosti gdje je vrijeme usrednjavanja puno manje od perioda sporog titranja, ali puno veće od perioda brzog titranja jedino što će se efektivno usrednjiti je brzo titranje, tj. nakon usrednjenja signal je dan sa:

$$\langle Y(t)\rangle_\tau = \frac{4I_0}{\pi}\,|\cos(\pi\Delta f t)|, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{36}$$

gdje je $2/\pi$ faktor koji proizlazi iz usrednjavanja brze komponente.

**U rezultatu je bitno imati točan izraz za oscilatornu komponentu, a vrijednost predfaktora je nebitna**. Bitno je primjetiti da je zbog apsolutne vrijednosti frekvencija usrednjenog signala jednaka $\Delta f$, pa ako uređaj izbroji 5000 maksimuma u sekundi slijedi iz (34):

$$v = \frac{\Delta f}{f}\,\frac{c}{2} = \frac{5000\,\mathrm{Hz}}{20\times 10^9\,\mathrm{Hz}}\,\frac{3\times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{2} = 37.5\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 135\,\mathrm{km\,h^{-1}}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{37}$$