Općinsko natjecanje iz fizike 2023./2024.

Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (11 bodova)

Ana krene iz kuće prema školi u 13:35 sati. Udaljenost od Anine kuće do škole je 800 metara. Ana hoda stalnom brzinom od 4 km/h. Kad je prešla pola puta od kuće do škole, Ana primijeti da je zaboravila knjigu iz matematike, pa se odluči vratiti kući. Ana hoda prema kući stalnom brzinom jednakoga iznosa. U kući se zadrži 5 minuta i zatim ponovno krene prema školi.

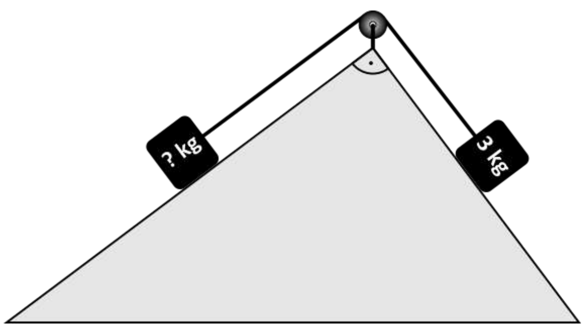
a) Hoće li Ana stići u školu do 14:00 sati ako nastavi hodati istom brzinom? Ako hoće, u koliko će sati stići u školu? Ako neće, kolikom brzinom treba hodati da stigne u školu u 14:00 sati (odgovor izrazi u jedinicama km/h)?
b) Nacrtaj graf ovisnosti položaja Ane o vremenu od trenutka kad je prvi put izišla iz kuće do trenutka dolaska u školu. Anina kuća nalazi se u ishodištu koordinatnoga sustava.

2. zadatak (11 bodova)

Dva plivača natječu se u plivanju na 200 m u bazenu duljine 25 m. Plivači skoče istodobno u bazen sa suprotnih strana bazena i plivaju različitim stalnim brzinama. Pretpostavite da se pri okretanju i promjeni smjera plivanja smjer brzine mijenja trenutačno, a iznos ostaje isti. Plivači se prvi put nakon početka utrke nađu na istome kraju bazena u trenutku kad je sporiji plivač preplivao polovicu ukupne duljine utrke.

a) Nacrtaj položaje obaju plivača u ovisnosti o vremenu.
b) Izračunaj omjer brzina plivanja plivača.
c) Izračunaj udaljenost dvaju plivača u trenutku kad brži plivač završi utrku.

3. zadatak (10 bodova)



Trostrana prizma postavljena je kao na slici. Baza prizme je pravokutni trokut duljine kateta 90 cm i 120 cm. Dva utega spojena su nerastezljivom niti zanemarive mase preko koloture zanemarive mase kao što je prikazano na slici. Trenje je zanemarivo. Utezi se po stranicama prizme gibaju stalnom brzinom. Prizma je nepomična. Nacrtaj dijagram sila na svaki uteg. Izračunaj nepoznatu masu utega. Izračunaj napetost niti. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s^2.

4. zadatak (9 bodova)

Motocikl miruje pored pruge. Vlak duljine 60 m giba se po pruzi stalnom brzinom od 90 km/h. Motocikl počinje jednoliko ubrzavati ubrzanjem od 5 m/s^2 u smjeru gibanja vlaka u trenutku kad prednji kraj vlaka prođe pored njega.

a) Izračunaj vremenski interval između prvoga i drugoga prolaska motocikla pored stražnjega kraja vlaka.
b) Motocikl prestaje ubrzavati u trenutku kad drugi put prođe pored stražnjega kraja vlaka. Izračunaj udaljenost motocikla i stražnjega kraja vlaka 4 min nakon toga trenutka.

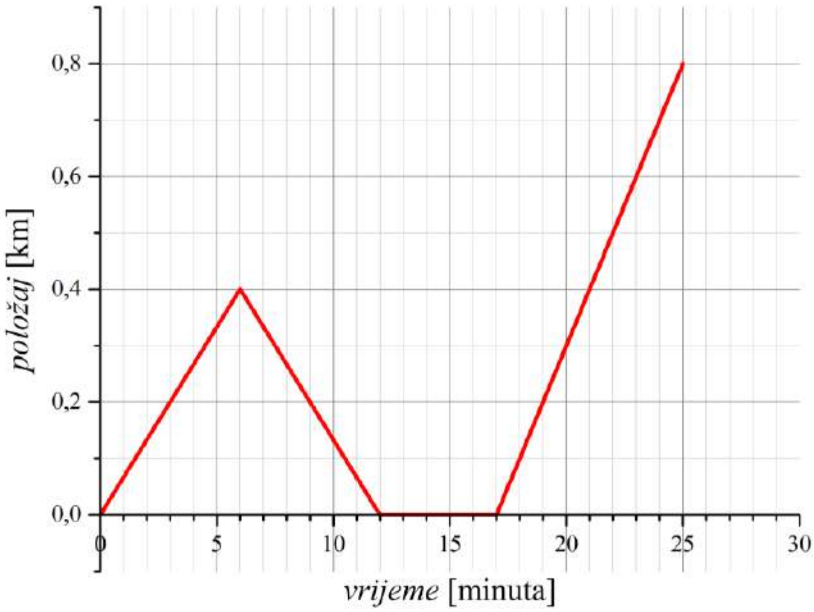
5. zadatak (9 bodova)

Dva tijela nalaze se na horizontalnoj podlozi. Prvo tijelo miruje, a drugo se giba prema njemu. Masa drugoga tijela dva je puta veća od mase prvoga tijela. Brzina drugoga tijela u trenutku udara u prvo tijelo iznosi 45 cm/s. Koeficijent trenja između tijela i podloge iznosi 0,1. Prvo tijelo do zaustavljanja prijeđe 18 cm. Izračunaj brzinu (iznos i smjer) prvoga i drugoga tijela neposredno nakon sudara. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s^2.

Općinsko natjecanje iz fizike 2023/2024
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

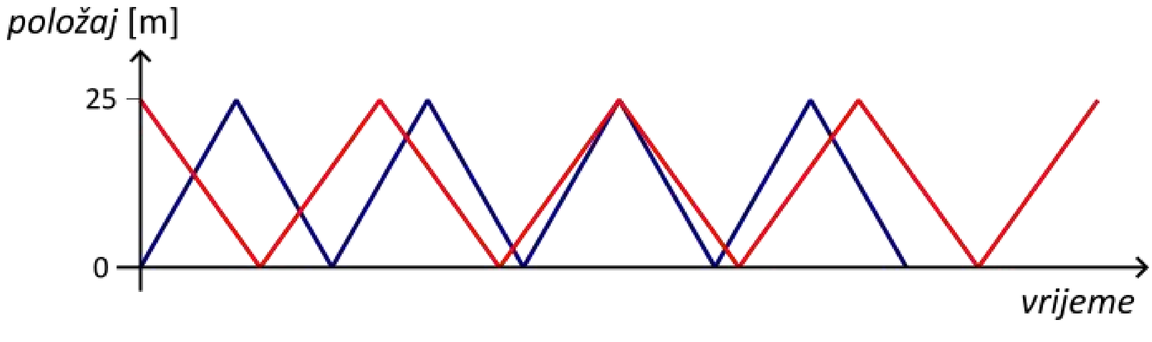
1. zadatak (11 bodova)

Pola puta od Anine kuće do škole je 400 m **(1 bod)**. Vrijeme potrebno Ani da prijeđe taj put je:
$t = \frac{s}{v} = \frac{0.4\ km}{4\ km/h} = 0.1\ h = 6\ min.$ **(2 boda)**
Ana će ponovo krenuti iz kuće prema školi 6 min + 6 min + 5 min = 17 min nakon prvog izlaska iz kuće, odnosno u 13:52 sati **(1 bod)**. Za cijeli put do škole treba joj 12 minuta, što znači da neće stići u školu do 14:00 sati **(1 bod)**.
Ana treba prijeći put od kuće do škole za 8 minuta. To znači da treba hodati brzinom
$v = \frac{s}{t} = \frac{0.8\ km}{\frac{8}{60}\ h} = 6\frac{km}{h}.$ **(2 boda)**
Graf ovisnosti Aninog položaja o vremenu je **(4 boda)**:



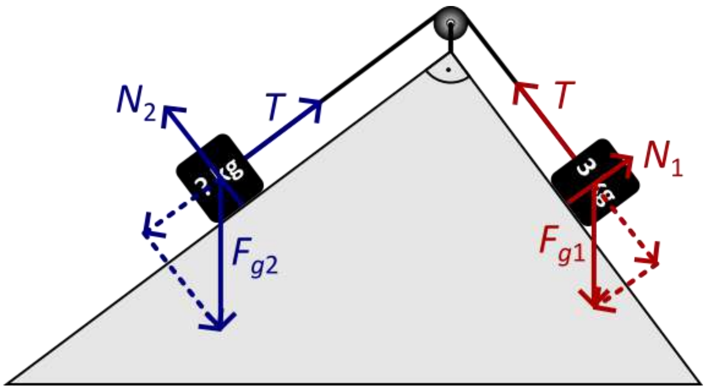
2. zadatak (11 bodova)

Na sljedećem grafu prikazane su ovisnosti položaja oba plivača o vremenu **(2 boda)**.



Plavom linijom je prikazan brži plivač, a crvenom linijom sporiji plivač. Iz uvjeta zadatka zaključujemo da će do trenutka, u kojem se prvi put plivači nađu na istom kraju bazena, sporiji plivač 4 puta preplivati duljinu bazena (4·25 m = 100 m, odnosno pola duljine utrke), a brži plivač će 5 puta preplivati duljinu bazena **(1 bod)**. Možemo napisati sljedeće jednadžbe:
$v_1 t' = 5 \cdot 25\ m$ **(1 bod)**
$v_2 t' = 4 \cdot 25\ m$ **(1 bod)**
Slijedi da je omjer brzina plivača $v_1/v_2 = 5/4 = 1.25$ **(1 bod)**.
U trenutku kada brži plivač završava utrku, on je preplivao 200 m. Pomoću grafa možemo zaključiti da je sporiji plivač do tog trenutka prešao put od $6 \cdot 25\ m + s_1$. Udaljenost između dva plivača u tom trenutku je $s_2 = 25\ m - \ s_1$ **(1 bod)**. Možemo napisati sljedeće jednadžbe:
$v_1 t'' = 200\ m$ **(1 bod)**
$v_2 t'' = 6 \cdot 25\ m + s_1 = 6 \cdot 25\ m + 25\ m - s_2 = 175\ m - s_2$ **(1 bod)**
U drugu jednadžbu uvrstimo $t'' = 200\ m/v_1$ i $v_1/v_2 = 5/4$ pa dobijemo:
$\frac{4}{5} \cdot 200\ m = 175\ m - s_2$
$s_2 = 15\ m$ **(2 boda)**

3. zadatak (10 bodova)



Na slici su prikazani dijagrami slila na oba utega. Na oba utega djeluju tri sile: gravitacijska sila F_g, sila napetosti niti T i sila rekcije podloge N **(2 boda)**. Isprekidanim linijama dodatno su prikazane komponente gravitacijske sile (paralelno kosini i okomito na kosinu). Sustav će se gibati stalnom brzinom ako je zbroj svih sila jednak nuli **(1 bod)**. 2. Newtonov zakon za oba utega glasi:
$F_{g1,\parallel} - T = 0, F_{g2,\parallel} - T = 0.$ **(1 bod)**
Komponente gravitacijske sile na oba utega odredimo pomoću sličnosti trokuta. Najprije odredimo duljinu hipotenuze:
$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 150\ cm.$ **(1 bod)**
$\frac{F_{g1,\parallel}}{F_{g1}} = \frac{120}{150} = \frac{4}{5}, \frac{F_{g2,\parallel}}{F_{g2}} = \frac{90}{150} = \frac{3}{5}.$ **(1 bod)**
Dalje slijedi:
$F_{g1,\parallel} = F_{g2,\parallel},$
$\frac{4}{5} m_1 g = \frac{3}{5} m_2 g \ \Rightarrow \ m_2 = \frac{4}{3} m_1 = 4\ kg.$ **(2 boda)**
Napetost niti je:
$T = F_{g1,\parallel} = \frac{4}{5} m_1 g = 24\ N.$ **(2 boda)**

4. zadatak (9 bodova)

Za oba trenutka u kojima motocikl prolazi pored stražnjeg kraja vlaka vrijedi sljedeća jednadžba:
$v_{VLAK} t - l_{VLAK} = \frac{1}{2} a t^2.$ **(2 boda)**
Uvrstimo poznate veličine: $v_{VLAK} = 90\ km/h = 25\ m/s$, $l = 60\ m$ i $a = 5\ m/s^2$:

$25t - 60 = \frac{5}{2}t^2$. **(1 bod)**

Nakon sređivanja jednadžba glasi:

$t^2 - 10t + 24 = 0$. **(1 bod)**

Napišimo ovu kvadratnu jednadžbu kao umnožak binoma:

$(t - 4)(t - 6) = 0$. **(1 bod)**

Slijedi da motocikl prolazi pored stražnjeg kraja vlaka u trenucima $t_1 = 4\ s$ i $t_2 = 6\ s$ nakon početka gibanja **(1 bod)**. To nadalje znači da je vremenski interval između dva prolaska motocikla pored stražnjeg kraja vlaka jednak 2 s **(1 bod)**.

U trenutku drugog prolaska motocikla pored stražnjeg kraja vlaka njegova brzina je

$v_{MOTOCIKL,2} = at_2 = 30\frac{m}{s}$. **(1 bod)**

Udaljenost motocikla i stražnjeg kraja vlaka 4 min nakon prestanka ubrzavanja motocikla je:

$d = \left(v_{MOTOCIKL,2} - v_{VLAK}\right)t = (30 - 25)\frac{m}{s} \cdot 240\ s = 1200\ m = 1.2\ km$. **(1 bod)**

5. zadatak (9 bodova)

Na oba tijela djeluje sila trenja, 2. Newtonov zakon glasi:

$ma = F_{tr} = \mu mg$. **(2 boda)**

Ubrzanje oba tijela je jednako i iznosi $a = \mu g = 1\frac{m}{s^2}$. **(1 bod)**

Do zaustavljanja prvo tijelo prijeđe put

$s_1 = \frac{u_1^2}{2a}$. **(1 bod)**

Slijedi da je brzina prvog tijela neposredno nakon sudara jednaka:

$u_1 = \sqrt{2as_1} = 0.6\frac{m}{s}$. **(1 bod)**

Brzinu drugog tijela možemo izračunati pomoću zakona očuvanja količine gibanja:

$m_2 v = m_1 u_1 + m_2 u_2$. **(1 bod)**

Uvrstimo $m_2 = 2m_1$:

$2m_1 v = m_1 u_1 + 2m_1 u_2$,

$2v = u_1 + 2u_2$,

$u_2 = v - \frac{u_1}{2} = 0.15\ m/s$. **(2 boda)**

Smjer brzina prvog i drugog tijela nakon sudara jednak je smjeru brzine drugog tijela prije sudara. **(1 bod)**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 22. siječnja 2024.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje koristi se kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (10 bodova)

   Iz otvora slavine oblika kruga promjera 1 cm vertikalno prema dolje istječe tekućina protokom 2 L/min. Odredi na kojoj se udaljenosti od otvora promjer mlaza prepolovi. Pretpostavi da je mlaz uvijek kružnoga profila te da se ne razdvaja.

2. zadatak (12 bodova)

   Dana je visoka posuda ispunjena trima slojevima tekućine: glicerinom, vodom i uljem. U njoj miruje vertikalno položena šipka konstantnoga poprečnog presjeka i visine 1 m tako da je jednom sedminom svoje visine uronjena u glicerin, četirima sedminama u vodu, a preostalim dvjema u ulje. Pretpostavljajući da se tekućine ne miješaju te da je cijeli sustav u ravnotežnome stanju, odredi gustoću materijala od kojega je napravljena šipka.
   Koliko bi trebao biti dubok sloj vode da spomenuta šipka u ravnotežnome položaju točno dodiruje glicerin svojim donjim krajem, a da je pritom cijela uronjena u tekućine u posudi?
   Uzmi da je gustoća glicerina 1260 kg/m^3, vode 1000 kg/m^3, a ulja 800 kg/m^3.

3. zadatak (10 bodova)

   Toranj naftne bušotine visok je 15 m te nakon probijanja podzemnoga nalazišta iz njegova vrha nafta pršti 5 m uvis. Kolika je gustoća nafte ako manometar u podnožju tornja pokazuje ukupni tlak u bušotini od 277880 Pa?
   Toranj se potom zabrtvi i nafta preusmjeri u naftovod koji vodi do rafinerije na brdu visokome 10 m. Odredi brzinu kojom nafta utječe u spremnike u rafineriji. Pretpostavi da se nafta ponaša kao idealna tekućina te da su sve cijevi naftovoda istoga poprečnog presjeka.

4. zadatak (8 bodova)

   Promotri jednakokračan trokut čije su stranice napravljene od dvaju različitih materijala: krakovi, koji su dva posto dulji od baze, napravljeni su od materijala koeficijenta linearnoga toplinskog širenja peterostruko manjega od koeficijenta materijala baze. Odredi oba koeficijenta ako trokut postane jednakostraničan nakon zagrijavanja za 900 K. Spojevi stranica takvi su da se kut među njima može mijenjati bez deformacija.

5. zadatak (10 bodova)

   Ekspanzijska komora parnoga stroja na jednome je kraju zatvorena pomičnim klipom površine 5 dm^2 koji može po njoj kliziti bez trenja. U trenutku kad je razmak između klipa i zida komore jednak 8 cm, klip se počinje udaljavati od njega pod djelovanjem konstantne sile pare od 50 kN. Odredi kolika je konačna temperatura pare ako je klip izvršio 2 kJ rada. Pretpostavi da je temperatura komore u početku jednaka 120 °C te da se para može opisati jednadžbom stanja idealnoga plina.

Fizikalne konstante:

g = 9,81 m/s^2
P_{atm} = 101300 Pa
T_0 = -273,15 °C
R = 8,314 J/Kmol

OPĆINSKO (GRADSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 22. siječnja 2024.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 10)

Koristeći informaciju o protoku tekućine i veličini otvora možemo odrediti početnu brzinu mlaza, pri tome pazeći na mjerne jedinice

$$v = \frac{I}{S} = \frac{4I}{d^2\pi} = 0.4244\,\mathrm{m/s}. \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Po izlasku iz slavine tekućina se nalazi u slobodnom padu te njena brzina ovisi o prijeđenom putu Δh kao

$$v = \sqrt{v_{\text{početna}}^2 + 2gh}, \quad \textbf{(1 bod)}$$

pri čemu je g ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje.

Iskoristimo li jednadžbu kontinuiteta možemo napisati da je protok mlaza u slobodnom padu jednak protoku kroz otvor slavine

$$I_{\text{mlaz}} = I_{\text{slavina}}. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Dodatno, uzmemo li u obzir prethodno izvedene formule, vidimo da se promjer mlaza mora smanjivati s prijeđenim putem

$$I_{\text{mlaz}} = Sv = \frac{d_{\text{mlaz}}^2\pi}{4}\sqrt{v_{\text{početna}}^2 + 2g\Delta h}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Konačno, možemo uvrstiti traženi promjer od 0,5cm i riješiti prethodnu jednadžbu

$$\Delta h = \frac{1}{2g}\left(\left(\frac{4I_{\text{slavina}}}{d_{\text{mlaz}}^2\pi}\right)^2 - v_{\text{početna}}^2\right) = 0.1377\,\mathrm{m} \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Zadatak 2. (ukupno bodova: 12)

Uzmemo li u obzir kako se odnose gustoće tekućina, tada su slojevi u posudi redom, odozdo prema gore: glicerin, voda, ulje. **(2 boda)**

Kako šipka miruje zbroj sila koje na nju djeluju mora biti nula, odnosno, sila uzgona je jednaka sili teži

$$F_g = F_u. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupna sila uzgona je zbroj tri sile uzgona od 3 sloja različitih tekućina, označimo li s V ukupni volumen šipke vrijedi

$$F_u = \frac{1}{7}Vg\rho_{\text{glicerin}} + \frac{4}{7}Vg\rho_{\text{voda}} + \frac{2}{7}Vg\rho_{\text{ulje}}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Sila teža koja djeluje na šipku je tada

$$F_g = Vg\rho_{\text{šipka}}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Kombiniranjem prethodno navedenih relacija slijedi gustoća šipke

$$\rho_{\text{šipka}} = \frac{\rho_{\text{glicerin}} + 4\rho_{\text{voda}} + 2\rho_{\text{ulje}}}{7} = 980\,\text{kg/m}^3. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Neka je d dubina sloja vode. Kako je šipka u ravnoteži ponovo imamo da je sila uzgona jednaka sili teži, ali s izuzetkom da samo sloj vode i sloj ulja doprinose uzgonu. Sada to zapišemo u obliku jednadžbe

$$\left(1 - \frac{d}{1\text{m}}\right)Vg\rho_{\text{ulje}} + \frac{d}{1\text{m}}Vg\rho_{\text{voda}} = Vg\rho_{\text{šipka}}, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

koju lako riješimo kako bi dobili dubinu sloja vode

$$d = \frac{\rho_{\text{šipka}} - \rho_{\text{ulje}}}{\rho_{\text{voda}} - \rho_{\text{ulje}}}\,\text{m} = 0{,}9\,\text{m}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Zadatak 3. (ukupno bodova: 10)

Tlak P_0 kojega pokazuje manometar jednak je zbroju hidrostatskog tlaka stupca nafte visine tornja, dinamičkog tlaka nafte koja pršti iz njega te atmosferskog tlaka

$$P_0 = P_{\text{hidrostatski}} + P_{\text{mlaz}} + P_{\text{atm}}. \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Iskoristimo li izraz za dinamički tlak i uzmemo u obzir da na tekućinu djeluje sila teža dobivamo

$$P_{\text{mlaz}} = \frac{\rho_{\text{nafta}} v^2}{2} = \frac{\rho_{\text{nafta}} 2 g h_{\text{mlaz}}}{2} = \rho_{\text{nafta}} g h_{\text{mlaz}}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Uvrštavanjem slijedi

$$\rho_{\text{nafta}} = \frac{P_0 - P_{\text{atm}}}{g h_{\text{toranj}} + g h_{\text{mlaz}}} = 900\,\text{kg/m}^3. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Za dolazak nafte u rafinariju imamo identičnu situaciju kao i u prvom dijelu zadatka

$$P_0 = P_{\text{hidrostatski}} + P_{\text{dinamički}} + P_{\text{atm}} = \rho_{\text{nafta}} g h_{\text{brdo}} + \frac{\rho_{\text{nafta}} v^2}{2} + P_{\text{atm}}. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Invertiranjem relacije dolazimo do tražene veličine

$$v = \sqrt{2\left(\frac{P_0 - P_{\text{atm}}}{\rho_{\text{nafta}}} - g h_{\text{brdo}}\right)} = 14,007\,\text{m/s}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Zadatak 4. (ukupno bodova: 8)

Označimo duljinu krakova s b, a bazu s a. Tada po uvjetu zadatka vrijedi

$$b = 1,02a \qquad \textbf{(2 boda)} \qquad \text{te} \qquad \beta_b = \beta_a/5. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Obe stranice se rastežu zagrijavanjem po zakonu

$$l = l_0\,(1 + \beta\Delta T)\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Podizanjem temperature trokut postaje jednakostraničan pa možemo pisati

$$b\,(1 + \beta_b\Delta T) = a\,(1 + \beta_a\Delta T)\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem navedenih omjera stranica i koeficijenata te rješavanjem prethodno navedene jednadžbe dolazimo do rješenja

$$\beta_a = 2,792 \cdot 10^{-5}\mathrm{K}^{-1}; \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$\beta_b = 0,558 \cdot 10^{-5}\mathrm{K}^{-1}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Zadatak 5. (ukupno bodova: 10)

U početnom trenutku uvjeti su:

$$T_{\text{poč}} = 393,15\,\text{K}; \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$P_0 = F/S = 10^6\,\text{Pa}; \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$V_{\text{poč}} = l \cdot S = 0.004\,\text{m}^3. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Rad kojega je klip obavio daje nam informaciju o tome koliki je put prešao

$$\Delta s = W/F = 0,04\,\text{m}. \quad \textbf{(1 bod)}$$

Sada nam je poznat i konačan volumen

$$V_{\text{kon}} = (l + \Delta l)S = 0,006\,\text{m}^3, \quad \textbf{(1 bod)}$$

Kako je sila kojom para djeluje na klip konstantna, znači da je riječ o izobarnoj promjeni. Konačnu temperaturu možemo dobiti iz jednadžbe stanja idealnog plina (ili direktno iz Charlesovog zakona)

$$n = PV/RT; \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$\frac{V_{\text{kon}}}{T_{\text{kon}}} = \frac{V_{\text{poč}}}{T_{\text{poč}}}; \quad \textbf{(2 boda)}$$

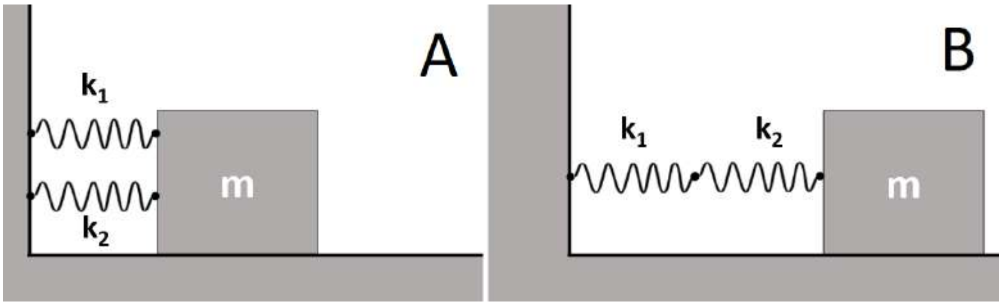
$$T_{\text{kon}} = \frac{V_{\text{kon}} T_{\text{poč}}}{V_{\text{poč}}} = 589.725\,\text{K}; \quad \textbf{(2 boda)}$$

Fizikalne konstante:
$g = 9.81 \mathrm{m/s^2}$;
$P_{\mathrm{atm}} = 101300 \mathrm{Pa}$;
$T_0 = -273,15^{\circ}\mathrm{C}$
$R = 8.314 \mathrm{J/Kmol}$.

Zadaci za općinsko natjecanje 2024. – 3. skupina

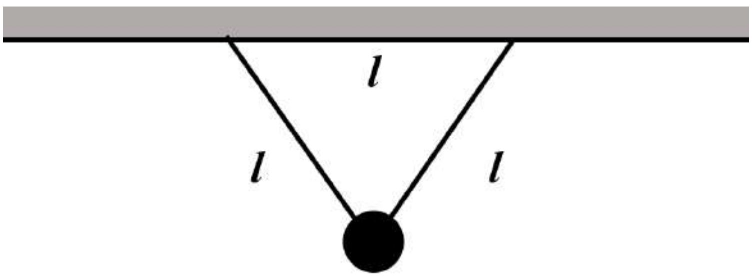
1. zadatak (10 bodova)

Uteg mase $m = 1$ kg za zid je privezan dvjema oprugama različitih konstanta i slobodno titra u dvjema konfiguracijama A i B, kao na slici. Periodi su titranja $T_A = 0.5$ s i $T_B = 1.25$ s. Nađi konstante opruga.



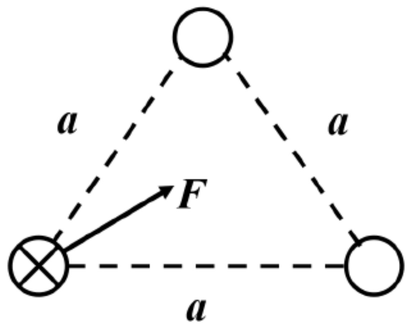
2. zadatak (9 bodova)

Metalna je kuglica mase $m = 100$ g privezana za dvije identične bezmasene nerastezljive niti duljine $l = 0.5$ m koje vise sa stropa. Dvije niti skupa sa stropom tvore jednakostranični trokut, kao na slici. Nađi period titranja kuglice u ravnini okomitoj na ravninu u kojoj su niti. Ako prerežemo jednu od niti (dok kuglica miruje), ona će početi titrati u ravnini papira. Koliko iznosi novi period titranja i koja je maksimalna brzina i energija tog harmoničkog oscilatora?



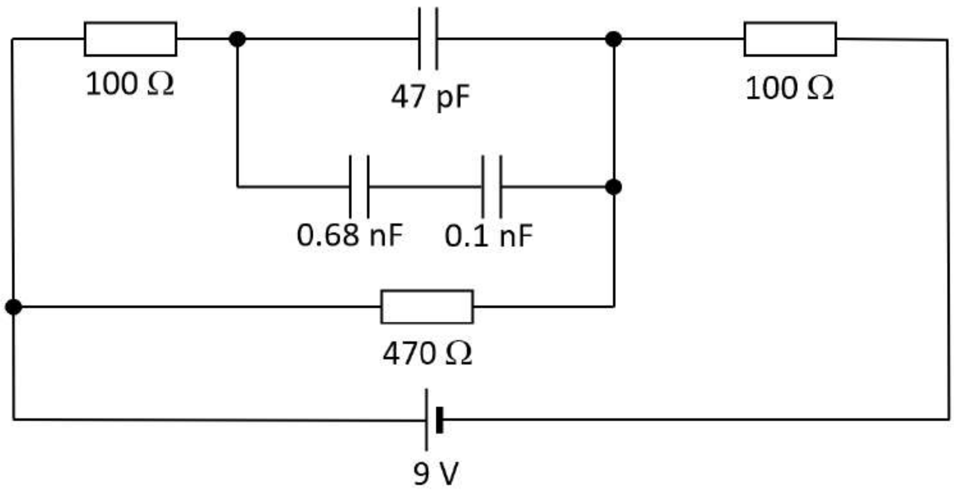
3. zadatak (8 bodova)

Tri su beskonačno duga vodiča smještena u jednakostranični trokut stranice $a = 1$ m. Na slici je prikazan presjek kroz vodiče. Rezultantna sila od vodiča 2 i 3 na vodič 1 leži na simetrali kuta, sa smjerom unutar trokuta. Smjer je struje u vodiču 1 "u papir", kao što je skicirano na slici, iznosa $I_1 = 5$ A. Iznos je sile po jedinici duljine na vodič $F/l = 0.1$ N/km. Nađi iznose i smjerove struja svih vodiča.



4. zadatak (14 bodova)

Strujni krug kao na slici spojen je na bateriju – istosmjerni napon $V = 9$ V. Kondenzatori su na početku prazni. Nađi napone na konenzatorima i struju koja izlazi iz baterije u ravnotežnome stanju. Koliki je rad potreban da se napune samo kondenzatori (bez disipiranja na otpornicima)?



5. zadatak (9 bodova)

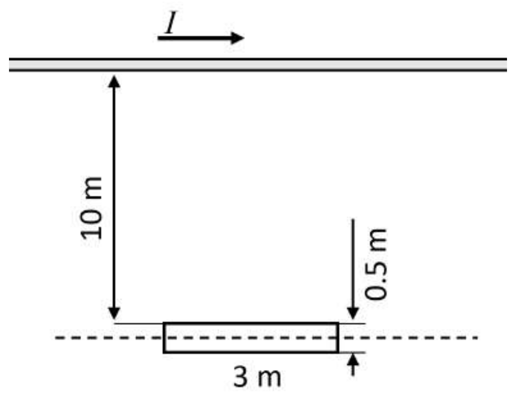
Na slici je prikazana beskonačno duga ravna žica i kvadratna petlja (3×0.5 m^2) pokraj nje. Udaljenost je bliže stranice petlje od žice 10 m. U jednome trenutku struja počinje teči žicom u smjeru kao na slici. Iznos struje raste linearno u vremenu. U trenutku kad je inducirani napon u petlji jednak $U = 2$ mV:

a) Nađi promjenu struje u vremenu u žici ($\Delta I/\Delta t$);

b) Skiciraj smjer struje u petlji;

c) Skiciraj smjer rezultantne sile na petlju.

Petlja je čvrsta i nerastezljiva. S obzirom na to da je udaljenost petlje od žice mnogo veća nego njezina vlastita širina ($10 \gg 0.5$), možemo aproksimirati da je polje u svakoj točki unutar petlje jednakoga iznosa. Za najmanju pogrešku najbolje je uzeti za udaljenost prosječnu udaljenost bliže i dalje stranice (iscrtkani pravac).



VAŽNO:

Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike, 2024.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

U ovom zadatku je bitno prepoznati da se radi o dvije različite kombinacije spajanja opruga – serijski i paralelni. Kod paralelnog spoja, konačna konstanta opruge je $k_p = k_1 + k_2$. Kod serijskog spoja, konačna konstanta opruge je $k_s^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}$. Matematički, rezultat je kao kod serijskog i paralelnog spoja kondenzatora. **(2 boda)**

U prvom slučaju radi se o paralelnom spoju, u drugom o serijskom. Periodi su stoga: **(2 boda)**

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_p}}$$
$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_s}}$$

Preuredimo izraze da nađemo k:

$$k_p = 4\pi^2\frac{m}{T_A^2}$$
$$k_s = 4\pi^2\frac{m}{T_B^2}$$

Poznate su nam sve vrijednosti na desnoj strani pa možemo direktno izračunati rezultat, iako to ne utječe na bodove u zadatku: $k_p = 157.91\ \mathrm{N/m}$, $k_s = 25.27\ \mathrm{N/m}$.

Izrazimo paralelni i serijski spoj opruga:

$$k_1 + k_2 = k_p$$
$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_s}$$

Iz ovoga možemo dobiti kvadratnu jednažbu po k_1 ili k_2, ovisno koju od varijabli izrazimo preko druge:

$$k_1 = \frac{k_p}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{k_p^2 - 4k_sk_p}$$

Poznavajući ove vrijednosti možemo izraziti i k_2 preko $k_2 = k_p - k_1$:

$$k_2 = \frac{k_p}{2} \mp \frac{1}{2}\sqrt{k_p^2 - 4k_sk_p}$$

Vidimo da su oba k rješenje iste kvadratne jednadžbe. Kako ne znamo koja je koja opruga, bez narušenja općenitosti možemo odrediti da je $k_1 > k_2$. Učenik ne mora doći do istih jednadžbi, ali treba prepoznati da su dva rješenja jedina moguća i da vode do konstante dvije opruge. **(4 boda)**

Uvrštavanjem, $k_1 = 126.33\ \mathrm{N/m}$, $k_2 = 31.58\ \mathrm{N/m}$. **(2 boda)**

Zadatak 2 (9 bodova)

Kuglica titra privezana za dvije niti kao da je efektivno privezana s jednom niti duljine visine trokuta: $a = l\frac{\sqrt{3}}{2}$. **(2 boda)**

Njen period je stoga:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\sqrt{3}}{2g}},$$

$T = 1.32$ s. **(2 boda)**

Prerežemo li jednu od niti, kuglica sada titra oko niti duljine l, pa je period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

$T = 1.42$ s. **(2 boda)**
S obzirom da je titranje započela iz mirovanja, na udaljenosti a od stropa, a najniže će doći do udaljenosti l, ta razlika energija je upravo energija harmoničkog oscilatora:

$$E = mg(l-a) = mgl\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

$E = 65.71$ mJ. **(1 bod)**

Kako je u maksimalnoj brzini sva energija pretvorena u kinetičku, **(1 bod)**
lako nađemo $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1.146$ m/s. **(1 bod)**

Zadatak 3 (8 bodova)

Vidimo da je smjer ukupne sile F na simetrali kuta kojeg zatvaraju vodiči 2 i 3. To je moguće jedino ako su sile od oba vodiča privlačne (smjer struje je isti kao i u vodiču 1) i jednakog iznosa. **(2 boda)**
Kako su oba vodiča 2 i 3 jednako udaljena od vodiča 1, njihove struje moraju biti jednake. **(2 boda)**
Sila po jedinici duljine između vodiča 1 i 2 dana je s:

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

Sila između vodiča 1 i 3 dana je na jednak način, a ukupna rezultantna sila se tada dobije vektorskim zbrajanjem:

$$\frac{F}{l} = \frac{F_{12}}{l}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{F_{13}}{l}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ovdje smo iskoristili trigonometrijski identitet $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, ali mogli smo zbrojiti sile i preko paralelograma, uz $F_{12} = F_{13}$. Uzmemo li u obzir da je $F_{12} = F_{13}$ po iznosu: **(2 boda)**

$$I_2 = \frac{2\pi a f}{\mu_0\sqrt{3}I_1}$$

Izvrjednjavanjem $I_2 = 57.74$ A. **(2 boda)**

Zadatak 4 (14 bodova)

U ravnotežnom stanju, s obzirom da je napon istosmjeran, kondenzatori ne provode struju i predstavljaju prekinuti strujni krug. Vidimo da je strujni krug zatvoren samo preko točaka ADE. **(2 boda)**

Strujni krug se sastoji od dva serijski spojena otpornika od $100\ \Omega$ i $470\ \Omega$. **(1 bod)**
Struja koja izlazi iz baterije je dakle $I = U/R = 15.8$ mA. **(2 boda)**

S obzirom da kondenzatori blokiraju struju, otpornik između točaka AB ne provodi struju, pa na njemu nema pada napona. Napon u točki B je dakle identičan onome u točki A. Napon u točki E je dan s padom napona na otporniku E-baterija. Taj pad napona iznosi $U_{100} = IR = 1.58$ V. Stoga je pad napona između točaka B i E $U_{47} = 9 - 1.58 = 7.42$ V. To je ujedno i napon na kondenzatoru kapaciteta 47 pF. **(2 boda)**

Na dva serijski spojena kondenzatora jednaki je naboj na pločama, jer su spojeni serijski. Zato vrijedi da su im naponi u relativnom omjeru: **(1 bod)**

$$\frac{U_{100}}{U_{680}} = \frac{\frac{Q}{C_{100}}}{\frac{Q}{C_{680}}} = \frac{C_{680}}{C_{100}} = 6.8$$

Također, zbroj tih napona mora biti jednak naponu $U_{47} = U_{100} + U_{680}$. **(1 bod)**

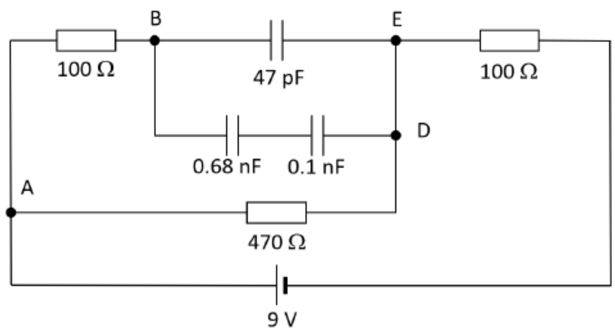
Iz toga možemo naći napone $U_{680} = 0.95$ V, $U_{100} = 6.47$ V. **(2 boda)**

Dodatni rad koji baterija mora napraviti jednak je energiji koja je spremljena u kondenzatorima. **(1 bod)**

Da bi našli tu energiju, najlakše je tretirati tri kondenzatora kao jedan (primjenjujući serijski i paralelni spoj). Ukupni kapacitet je $C_{uk} = 134$ pF, a energija spremljena u njemu je:

$$E = \frac{1}{2}CU^2$$

$E = 3.69$ nJ. **(2 boda)**



Zadatak 5 (9 bodova)

Zbog promjene struje u žici mijenja se iznos magnetskog polja koje prolazi kroz petlju, a to uzrokuje inducirani napon u petlji: **(2 boda)**

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{A\mu_0 \Delta I}{2\pi r \Delta t}$$

Iz ovoga je naravno: **(2 boda)**

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2\pi r U}{\mu_0 A}$$

pa je $\Delta I/\Delta t = 68.3$ kA/s. **(1 bod)**

Smjer struje u petlji je takav da se protivi promjeni magnetskog toka, što u ovom slučaju znači u obrnutom smjeru od kazaljke na satu. **(2 boda)**

Sila na bližu stranicu petlje je odbojna sila, a sila na dalju stranicu privlačna. **(1 bod)**
Kako sila među dva vodiča pada s udaljenosti, rezultantna sila je odbojna. **(1 bod)**

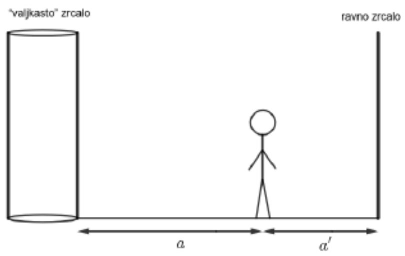
ŠKOLSKO/OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

Srednje škole 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...).
Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

1. zadatak *(9 bodova)*
Predmet se nalazi na udaljenosti 10 cm od konvergentne leće tako da je slika koja nastaje virtualna. Pomaknemo li predmet za 2 cm, slika postane dvostruko veća (i dalje je virtualna). Odredi početnu i krajnju poziciju slike u odnosu na leću, te žarišnu duljinu leće.

2. zadatak *(10 bodova)*
Mihael se nalazi u sobi koja ima zrcalo u obliku uspravnoga valjka i normalno ravno zrcalo te stoji između njih kao na slici. Ukupna je udaljenost između zrcala $a+a' = 1\,\text{m}$. Kad se okrene i na jednu i na drugu stranu, primijeti da su slike koje stvaraju oba zrcala prividno na jednakoj udaljenosti od njega, no na zrcalu u obliku valjka slika izgleda dvostruko tanje. Odredi polumjer valjka i udaljenosti a i a'.



3. zadatak *(10 bodova)*
Neke naočale imaju premaz koji smanjuje upad plave svjetlosti ($\lambda = 460\,\text{nm}$) u oči. Pretpostavi da je premazni materijal jednoslojni i indeksa loma 1.25, a da je staklo od kojega su leće naočala napravljene indeksa loma 1.6.
a.) Kolika je najmanja debljina premaza koja najbolje moguće štiti oči od plave svjetlosti (reflektira plavu svjetlost)? Razmotri samo zrake koje upadaju okomito na leće naočala.
b.) Debljina premaza iz a.) dosta dobro reflektira i valne duljine blizu plave svjetlosti. Koja je najmanja debljina prijelaza koja nas i dalje štiti od plave svjetlosti, ali potpuno propušta zelenu svjetlost ($\lambda = 520\,\text{nm}$)?

4. zadatak *(10 bodova)*
Dva neutrona gibaju se jedan prema drugome brzinama 0.32c i 0.24c (gledano iz laboratorijskoga sustava). Nakon sudara gibaju se u istome smjeru istom brzinom v.
a.) Odredi brzinu v.
b.) Uz pretpostavku da je izgubljena energija u sudaru potrošena na stvaranje novih čestica, kolika bi bila ukupna masa tih čestica. Uzmi da im je kinetička energija zanemariva.

5. zadatak *(11 bodova)*
U Youngovom pokusu s dvjema pukotinama obasjavamo pukotine monokromatskom svjetlošću valne duljine $\lambda = 600\,\text{nm}$. Pukotine su međusobno razmaknute 2 mm, a na udaljenosti od 2 m postavljen je zastor.
a.) Na zastoru se pojavljuje interferencijska slika. Koliki je razmak između susjednih maksimuma na zastoru?
b.) Ako na desnu pukotinu prislonimo planparalelnu ploču debljine 0.1 mm i indeksa loma 1.4, koliko i na koju stranu će se interferencijski uzorak pomaknuti? S obzirom na to da je udaljenost pukotina od zastora puno dulja nego njihova međusobna udaljenost, pretpostavi da zrake prolaze okomito kroz planparalelnu ploču.

<u>Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:</u>

brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^8\,\text{ms}^{-1}$

masa neutrona $m_n = 1.675 \times 10^{-27}\,\text{kg}$

ŠKOLSKO/OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

Srednje škole 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(9 bodova)*

S obzirom da je slika virtualna, a radi se o konvergentnoj leći onda je udaljenost predmeta od leće manja od žarišne duljine. Slika se poveća nakon pomaka što znači da je pomak bio prema fokusu, tj. udaljenost od leće je povećana za 2 cm, pa je početna udaljenost $a = 10\,\mathrm{cm}$, a konačna $a' = 12\,\mathrm{cm}$. **[2 boda]**
Iz uvjeta da se slika dvaput poveća vrijedi:

$$\frac{b'}{a'} = 2\frac{b}{a} \;\Rightarrow\; b' = \frac{2ba'}{a}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{1}$$

Ključno je koristiti i jednadžbu leće:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{2}$$

Uvrštavamo vrijednosti za a i a', te izraz (1) u (2) iz čega slijedi:

$$b = -35\,\mathrm{cm}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{3}$$

Iz b na kraju napokon možemo dobiti b' i žarišnu duljinu:

$$b' = -84\,\mathrm{cm}, \quad f = 14\,\mathrm{cm}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{4}$$

2. zadatak *(10 bodova)*

Valjkasto zrcalo je u principu konveksno zrcalo. Tada je slika u zrcalu virtualna, a prividna udaljenost za valjkasto zrcalo je $D_p = a - b$ (minus ispred b zato što je slika virtualna), dok je za ravno zrcalo jednostavno $D_p = 2a'$. **[2 boda]**
Ako zapišemo sve uvjete u jednadžbe vrijedi:

$$a + a' = 1\,\mathrm{m}, \tag{5}$$

$$a - b = 2a', \qquad [\mathbf{1\,bod}] \tag{6}$$

$$b = -\frac{a}{2}, \qquad [\mathbf{1\,bod}] \tag{7}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \qquad [\mathbf{1\,bod}] \tag{8}$$

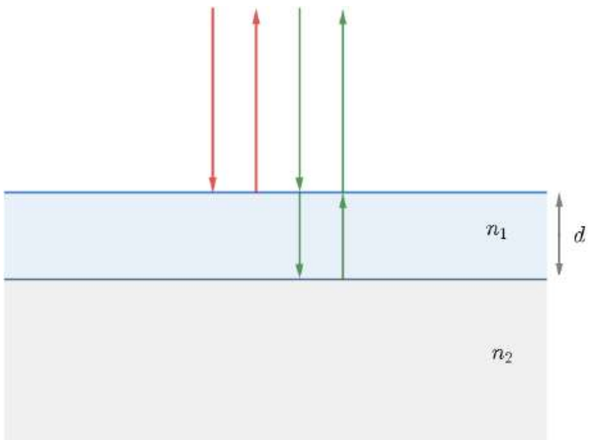
gdje (6) slijedi iz jednakosti prividnih udaljenosti, (7) iz "širine" slike na valjkastom zrcalu, a (8) je jednadžba zakrivljenog zrcala.
Kombiniranjem (5), (6) i (7) (**[1 bod]**) možemo dobiti vrijednosti za a, a' i b:

$$a = 0.571\,\mathrm{m}, \quad b = -0.286\,\mathrm{m}, \quad a' = 0.429\,\mathrm{m}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{9}$$

Uvrštavanjem u (8) slijedi:

$$R = -1.143\,\text{m}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{10}$$

3. zadatak *(10 bodova)*



a.) Refleksija plave svjetlosti je najefikasnija kada imamo konstruktivnu interferenciju zraka koje su označene kao crvene i zelene na slici. Obje zrake se reflektiraju dolazeći iz rjeđeg u gušće sredstvo pa obje poprime fazni pomak od π koji se onda poništi, tj. nema utjecaja na razliku optičkih puteva. ([**1 bod**]) Dodatni put koji zelena zraka prolazi je duljine $2d$ u sredstvu indeksa n_1 pa je razlika optičkih puteva $2dn_1$ [**1 bod**], odnosno uvjet "efikasne" refleksije je:

$$\lambda = 2dn_1, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{11}$$

iz čega slijedi:

$$d = \frac{\lambda}{2n_1} = 184\,\text{nm}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{12}$$

b.) Uvjeti refleksije plave, tj. propuštanja zelene svjetlosti su sljedeći:

$$k_p\lambda_p = 2dn_1, \quad \left(k_z + \frac{1}{2}\right)\lambda_z = 2dn_1. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{13}$$

Cilj je naći minimalne cijele brojeve k_p i k_z koji ispunjavaju oba uvjeta. Kombiniranjem dva uvjeta slijedi:

$$\frac{2k_p}{2k_z+1} = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} = \frac{26}{23}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{14}$$

Najmanja cjelobrojna rješenja su $k_p = 13$ i $k_z = 11$ koja daju minimalni d. [**2 boda**]
Općenito ima beskonačno rješenja za parove (k_p, k_z) oblika $(26l + 13, 23l + 11)$, $l \in \mathbb{Z}$.
Uvrštavanjem $k_p = 13$ u (13) slijedi:

$$d = 2.392\,\mu\text{m}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{15}$$

4. zadatak *(10 bodova)*

a.) Konačna brzina v kojom se neutroni gibaju dobije se iz zakona očuvanja količine gibanja. S obzirom na relativističke brzine neutrona, treba koristiti prikladne izraze za količinu gibanja. Slijedi:

$$\frac{m_n v_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} - \frac{m_n v_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = 2\frac{m_n v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{16}$$

Ako za ukupnu početnu količinu gibanja po jedinici mase uvedemo pokratu p_0 onda preuređivanjem (16) slijedi:

$$v = \frac{p_0 c}{\sqrt{p_0^2 + 4c^2}}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{17}$$

gdje p_0 možemo izračunati jer znamo v_1 i v_2. Slijedi:

$$p_0 = 2.716 \times 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}} \;\Rightarrow\; v = 1.357 \times 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{18}$$

b.) Za energiju također koristimo relativističke izraze. Izgubljena energija tada je:

$$\Delta E = m_n c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} - 2\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right] = mc^2, \quad [\mathbf{2 + 1^*\,boda}] \tag{19}$$

gdje je druga jednakost zbog ekvivalencije mase i energije* (m je ukupna masa stvorenih čestica). Slijedi:

$$m = m_n \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} - 2\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right] = 1.40 \times 10^{-28}\,\mathrm{kg}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{20}$$

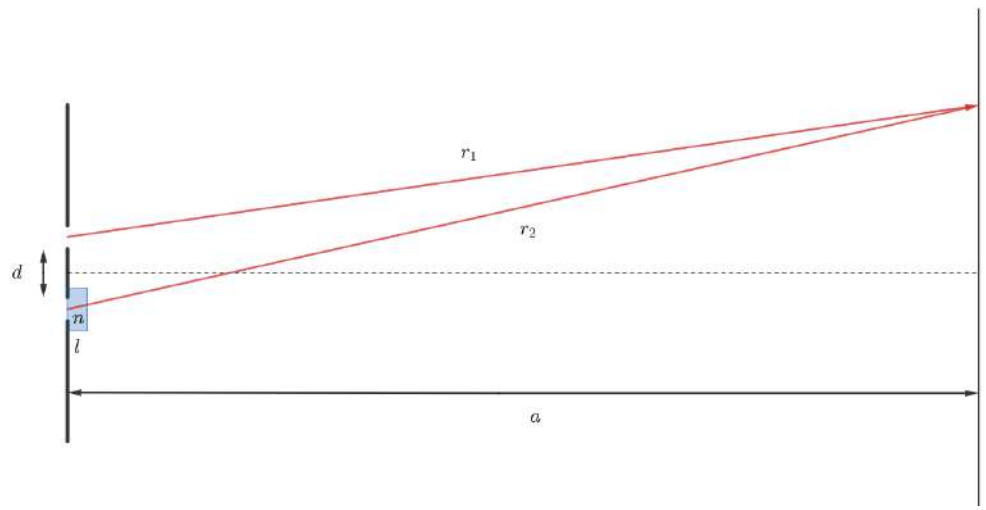
5. zadatak *(11 bodova)*

Na donjoj skici dan je prikaz Youngovog pokusa (sa planparalelnom pločom).
a.) Kada nema planparalelne ploče za razliku optičkih puteva možemo koristiti standardnu formulu za uvjet difrakcije na dvije pukotine kada je a puno veći od d. Tada je pomak k-tog maksimuma od središnjeg na zastoru dan sa:

$$s_k = k\frac{\lambda a}{d}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{21}$$

odnosno razmak između dva susjedna maksimuma je:

$$s = \frac{\lambda a}{d} = 0.6\,\mathrm{mm}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{22}$$



b.) Jednadžba (21) slijedi iz toga da je razlika optičkih puteva $r_2 - r_1 = ds_k/a$, kada je $a \gg d$. **[1 bod]**
Ubacivanje ploče na desnu pukotinu mijenja optički put druge zrake. S obzirom da je $a \gg d$ zraka duljine r_2 prolazi gotovo okomito kroz ploču, tj. duljina zrake koja prolazi kroz ploču je l [**1 bod**].
Time dolazi do promjene optičkog puta r_2 zrake za $l(n-1)$ (jer je taj dio sada u sredstvu indeksa loma l umjesto u zraku). **[1 bod]**
Označimo li sada poziciju k-tog maksimuma sa s_k' vrijedi:

$$k\lambda = \frac{ds_k'}{a} + l(n-1), \quad [\mathbf{2\,boda}], \tag{23}$$

odnosno za s'_k vrijedi:

$$s'_k = \frac{[k\lambda - l(n-1)]a}{d} = s_k - \frac{l(n-1)a}{d}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{24}$$

Drugi član opisuje pomak interferencijskog uzorka i vrijedi:

$$\Delta = -\frac{l(n-1)a}{d} = -4\,\mathrm{cm}, \tag{25}$$

tj. pomak je 4 cm udesno (jer smo udaljenosti lijevo od središnjeg maksimuma na zastoru tretirali kao pozitivne). **[1 bod]**