Županijsko natjecanje iz fizike 2021/2022
Srednje škole – 1. grupa

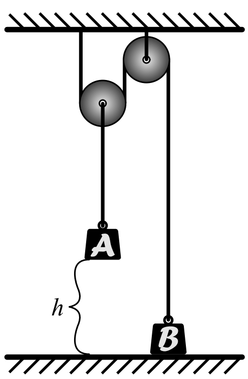
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele niti druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (10 bodova)

Anđelko odmara na zračnom madracu koji se nalazi na rijeci. Barbara vesla u čamcu na istoj rijeci. Barbara i Anđelko istovremeno se nalaze na startnoj liniji staze duge 1500 m. Barbara počinje veslati stalnom brzinom u odnosu na vodu od 4 m/s. Anđelko se giba nošen riječnom strujom. Brzina toka rijeke je 1 m/s. Kada dođe do ciljne linije staze, Barbara se okreće i vesla prema startnoj liniji nepromijenjenom brzinom u odnosu na vodu. Nakon dolaska na startnu liniju Barbara ponavlja svoje gibanje.

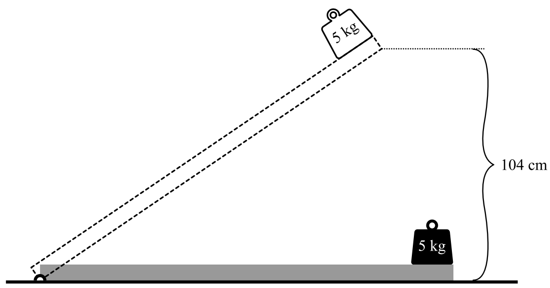
a) Izračunajte Barbarin ukupni prijeđeni put od početka gibanja do trenutka kada Anđelko prolazi kroz ciljnu liniju. Nacrtajte graf ovisnosti Barbarina položaja o vremenu.
b) Izračunajte kolika treba biti brzina Barbarina gibanja u odnosu na vodu da ona prijeđe pet puta veći put od Anđelka.

2. zadatak (10 bodova)



U sustavu prikazanom na slici masa utega A je 4 kg, a masa utega B je 1 kg. U početnom trenutku sustav je pušten u gibanje iz položaja u kojem se uteg A nalazi na visini $h = 50$ cm iznad tla. Koloture i uže zanemarive su mase, otpor zraka i trenje su zanemarivi. Izračunajte brzinu utega B u trenutku kada uteg A dotakne tlo. Izračunajte maksimalnu visinu koju postiže uteg B za vrijeme gibanja. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10$ m/s^2.
Napomena: uzmite u obzir da se uteg A prestaje gibati u trenutku pada na tlo, dok se gibanje utega B nastavlja i nakon tog trenutka.

3. zadatak (10 bodova)



Na horizontalnoj podlozi miruje daska duljine 185 cm. Lijevi kraj daske zglobno je učvršćen za podlogu i daska se oko njega može zakretati. Na desnom kraju daske miruje uteg mase 5 kg (vidi sliku). Treba odrediti koeficijent trenja između daske i utega. U tu svrhu provodimo sljedeće eksperimente: desni kraj daske podignemo na određenu visinu pridržavajući uteg, zatim pustimo da se uteg giba i mjerimo vrijeme potrebno da otkliže do lijevog kraja daske. U prvom eksperimentu desni kraj daske podignut je na visinu 104 cm (položaj daske prikazan je isprekidanom linijom na slici). U drugom eksperimentu desni kraj daske podignut je na visinu 57 cm. Izmjereno je da je u drugom eksperimentu potrebno dvostruko više vremena da uteg dođe do lijevog kraja daske, nego u prvom eksperimentu. Zanemarite dimenzije utega. Zanemarite otpor zraka. Izračunajte koeficijent trenja!

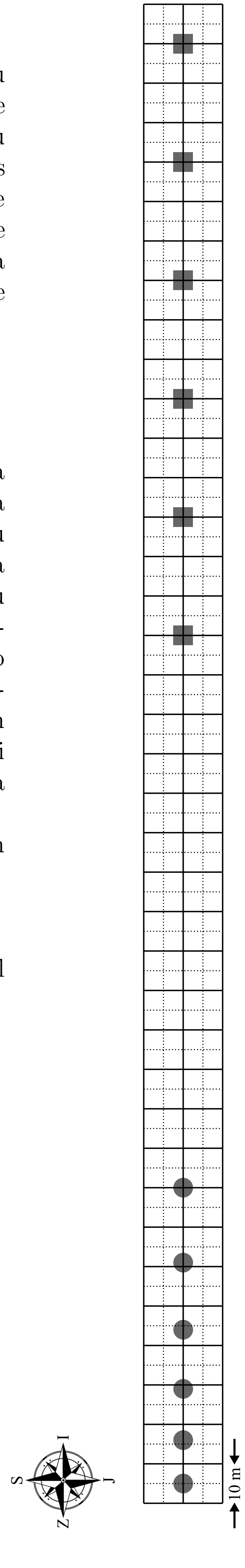
4. zadatak (8 bodova)

Dunja stoji na krovu nebodera ①, čija je visina 64 m, i baci lopticu u horizontalnom smjeru brzinom v_1 prema neboderu ②. Jagoda se nalazi na krovu nebodera ② i baci lopticu u horizontalnom smjeru brzinom v_2 prema neboderu ①. Jagoda je bacila svoju lopticu 0.4 s nakon Dunje. Loptice se sudare u zraku na polovici horizontalne udaljenosti između nebodera i na visini od tla jednakoj 1/5 visine nebodera ①. Horizontalna udaljenost između dva nebodera jednaka je visini nebodera ②. Izračunajte visinu nebodera ② i početne brzine obje loptice.

5. zadatak (12 bodova)

Dva se vlaka gibaju po istoj pruzi jedan prema drugome. Vlak A giba se jednoliko ubrzano prema istoku, a vlak B giba se jednoliko prema zapadu. Položaji oba vlaka zabilježeni su svakih 5 s i prikazani su na slici desno: uzastopni položaji vlaka A prikazani su kružićem, a vlaka B kvadratićem (položaj prednjeg kraja vlaka nalazi se u središtu kružića, odnosno kvadratića). U trenutku, kada je zabilježen posljednji položaj oba vlaka, vlakovi počinju kočiti i gibaju se jednoliko usporeno do zaustavljanja. Vlakovi su se zaustavili tik jedan do drugoga (drugim riječima, u trenutku zaustavljanja nalaze se na istom položaju). Iznos usporenja vlaka A za vrijeme kočenja duplo je veći od iznosa ubrzanja za vrijeme njegovog ubrzanog gibanja. Od početka kočenja do zaustavljanja vlak B prijeđe 90 m. Izračunajte:

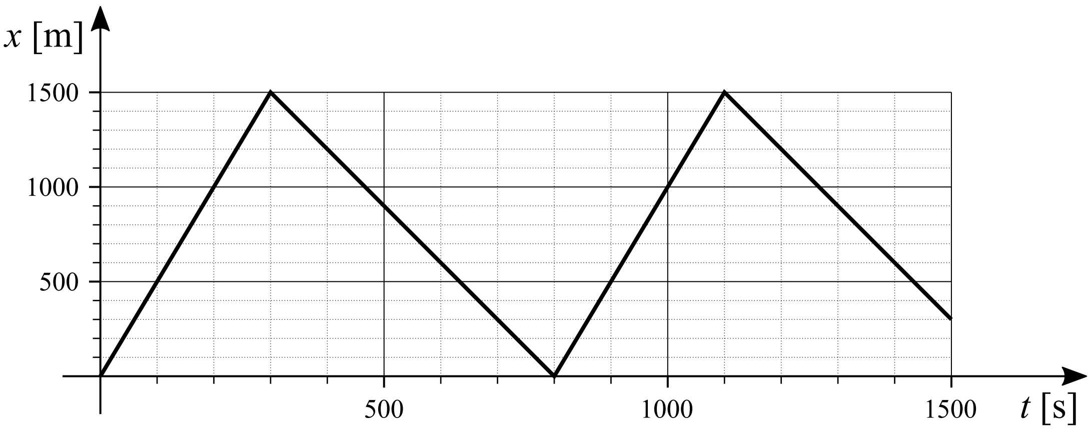
a) brzinu vlaka A u trenutku kada se nalazi na prvom prikazanom položaju,
b) brzinu vlaka A u trenutku početka kočenja,
c) brzinu jednolikog gibanja vlaka B.
d) Koji će se vlak prvi zaustaviti i koliki je vremenski interval između zaustavljanja dva vlaka?



Županijsko natjecanje iz fizike 2021/2022
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

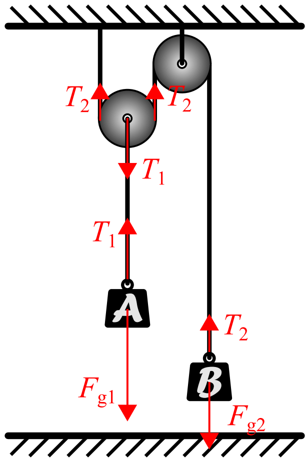
1. zadatak (10 bodova)

Anđelko će doći do ciljne linije za:
$t_{Andjelko} = \dfrac{1500 \text{ m}}{v_{rijeka}} = \dfrac{1500 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 1500$ s. **(1 bod)**
Brzina gibanja Barbare u odnosu na obalu različita je kada vesla nizvodno i kada vesla uzvodno:
$v_{nizvodno} = v_{Barbara} + v_{rijeka} = 5$ m/s, **(1 bod)**
$v_{uzvodno} = v_{Barbara} - v_{rijeka} = 3$ m/s. **(1 bod)**
Vrijeme potrebno da Barbara prijeđe put od startne do ciljne linije i obrnuto je:
$t_{start \to cilj} = \dfrac{1500 \text{ m}}{v_{nizvodno}} = 300\text{s}$,
$t_{cilj \to start} = \dfrac{1500 \text{ m}}{v_{uzvodno}} = 500\text{s}$.
U vremenu od 1500 s Barbara će prijeći cijelu stazu dva puta nizvodno i jednom uzvodno te će veslati još $1500 - 300 - 500 - 300 = 400$ s uzvodno. U tom vremenu prijeći će put:
$s_{uzvodno} = v_{uzvodno} \cdot 400 \text{ s} = 1200$ m. **(1 bod)**
Prema tome, ukupan prijeđeni put Barbare je $3 \cdot 1500 \text{ m} + 1200 \text{ m} = 5700$ m. **(1 bod)**
Graf ovisnosti položaja Barbare o vremenu prikazan je na sljedećoj slici **(2 boda)**. Startna linija je u ishodištu koordonatnog sustava.



U b) dijelu zadatka Barbara prelazi ukupan put od $5 \cdot 1500 \text{ m} = 7500$ m, odnosno prelazi stazu tri puta nizvodno i dva puta uzvodno. Vrijeme za taj put je:
$3 \cdot \dfrac{1500 \text{ m}}{v'_{nizvodno}} + 2 \cdot \dfrac{1500 \text{ m}}{v'_{uzvodno}} = 1500$ s, **(1 bod)**
$\dfrac{3}{v'_{Barbara} + v_{rijeka}} + \dfrac{2}{v'_{Barbara} - v_{rijeka}} = 1$,
$3v'_{Barbara} - 3v_{rijeka} + 2v'_{Barbara} + 2v_{rijeka} = v'^2_{Barbara} - v^2_{rijeka}$,
$v'^2_{Barbara} - 5v'_{Barbara} = 0$,
$v'_{Barbara} = 5$ m/s. **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)



Na slici su prikazane sve sile koje djeluju na utege A i B. Uteg A giba se prema dolje, a uteg B prema gore. Drugi Newtonov zakon za gibanje pojedinog utega glasi:

$m_A a_A = m_A g - T_1$, **(1 bod)**

$m_B a_B = T_2 - m_B g$. **(1 bod)**

U jednakim vremenskim intervalima uteg B prelazi dvostruko veći put od utega A pa slijedi da je ubrzanje utega B dvostruko veće od ubrzanja utega A $a_B = 2a_A$ **(1 bod)**. Odnos napetosti užeta je $T_1 = 2T_2$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem u početne jednadžbe dobije se:

$m_A \frac{1}{2} a_B = m_A g - 2T_2$,

$m_B a_B = T_2 - m_B g$.

Drugu jednadžbu pomnožimo s dva i zbrojimo dvije jednadžbe:

$\left(\frac{1}{2} m_A + 2m_B\right) a_B = (m_A - 2m_B)\, g$,

$a_B = \frac{m_A - 2m_B}{\frac{1}{2} m_A + 2m_B} g = \frac{1}{2} g$,

$a_A = \frac{1}{2} a_B = \frac{1}{4} g$. **(2 boda)**

U trenutku, kada uteg A dotakne tlo, uteg B nalazi se na visini $2h$ iznad tla **(1 bod)**. U tom trenutku brzina utega B jednaka je:

$v_B = \sqrt{2a_B \cdot 2h} = \sqrt{2gh} = 3.16$ m/s. **(1 bod)**

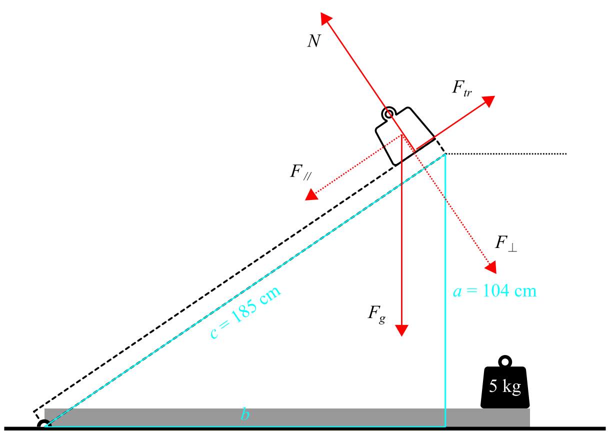
Nakon što uteg A padne na tlo, nijedno uže više nije napeto. Od tog trenutka uteg B giba se vertikalno prema gore početnom brzinom v_B samo pod utjecajem sile teže. Visina koju postiže uteg B od tog trenutka je:

$h' = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{2gh}{2g} = h$. **(1 bod)**

Maksimalna visina u odnosu na tlo, koju postiže uteg B, jednaka je:

$h_{max} = 2h + h' = 3h = 1.5$ m. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)



Na skici su prikazane sve sile koje djeluju na uteg na primjeru prvog eksperimenta: sila teža $\vec{F}_g$, sila trenja $\vec{F}_{tr}$ i sila reakcije podloge (daske) $\vec{N}$. Sila teža rastavljena je na komponentu paralelnu kosini $\vec{F}_{\|}$ i komponentu okomitu na kosinu $\vec{F}_{\perp}$.

Drugi Newtonov zakon za smjer paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$mw = F_{\|} - F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = F_{\perp} - N$. **(1 bod)**

Sila trenja jednaka je:

$F_{tr} = \mu N$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem sile reakcije podloge iz druge jednadžbe slijedi:

$F_{tr} = \mu F_{\perp}$
Komponente sile teže $F_{\parallel}$ i $F_{\perp}$ odredimo pomoću sličnosti trokuta. U pravokutnom trokutu, kojeg zatvara daska s horizontalnom podlogom, poznata je duljina hipotenuze je c i duljina katete a. Duljinu druge katete b izračunamo koristeći Pitagorin teorem:
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$.
U prvom eksperimentu duljina druge katete je $b_1 = 153$ cm, a u drugom eksperimentu $b_1 = 176$ cm. **(1 bod)**
Slijedi:
$\frac{F_{\parallel}}{F_g} = \frac{a}{c}, \frac{F_{\perp}}{F_g} = \frac{b}{c}$. **(1 bod)**
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$mw = \frac{a}{c}mg - \mu\frac{b}{c}mg$. **(1 bod)**
U prvom, odnosno drugom eksperimentu uteg se giba ubrzanjem:
$w_1 = \frac{a_1}{c}g - \mu\frac{b_1}{c}g = \frac{g}{c}(a_1 - \mu b_1)$,
$w_2 = \frac{a_2}{c}g - \mu\frac{b_2}{c}g = \frac{g}{c}(a_2 - \mu b_2)$.
Put koji uteg prijeđe jednak je u oba eksperimenta:
$s = \frac{1}{2}w_1 t_1^2 = \frac{1}{2}w_2 t_2^2$. **(1 bod)**
Vrijeme u drugom eksperimentu je dvostruko veće u odnosu na prvi eksperiment ($t_2 = 2t_1$) pa slijedi:
$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{w_2}{w_1}$.
Uvrštavanjem se dobije:
$w_2 = 4w_1$,
$104 - 153\mu = 4(57 - 176\mu)$,
$551\mu = 124$,
$\mu = \frac{124}{551} = 0.225$. **(3 boda)**

4. zadatak (8 bodova)

Pomak loptice u vertikalnom smjeru od vrha nebodera prema dolje do trenutka sudara loptica dan je izrazom:
$y = \frac{1}{2}gt^2$. **(1 bod)**
Prva loptica u vertikalnom smjeru prelazi udaljenost $y_1 = H_1 - \frac{1}{5}H_1 = \frac{4}{5}H_1 = 51.2$ m **(1 bod)**. Slijedi da je vrijeme leta prve loptice:
$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 3.2$ s. **(1 bod)**
Vrijeme leta druge loptice je:
$t_2 = t_1 - 0.4\text{ s} = 2.8$ s. **(1 bod)**
Slijedi da druga loptica do trenutka sudara prelazi vertikalnu udaljenost:
$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = 39.2$ m. **(1 bod)**
Nadalje slijedi da je visina nebodera ② jednaka:
$H_2 = y_2 + \frac{1}{5}H_1 = 52$ m. **(1 bod)**
Brzina prve loptice u trenutku izbačaja je:

$v_1 = \frac{\frac{D}{2}}{t_1} = 8.13$ m/s. **(1 bod)**

Brzina druge loptice u trenutku izbačaja je:

$v_2 = \frac{\frac{D}{2}}{t_2} = 9.29$ m/s. **(1 bod)**

5. zadatak (12 bodova)

Na slici je prikazano 6 uzastopnih položaja oba vlaka. Od prvog do posljednjeg prikazanog položaja prošlo je ukupno $5\Delta t = 5 \cdot 5$ s $= 25$ s **(1 bod)**. U tom vremenu vlak A ukupno je prešao 75 m. Vlak B ukupno je prešao 150 m. Odmah možemo izračunati brzinu jednolikog gibanja vlaka B:

$v_B = \frac{\Delta s_{ukupno}}{\Delta t_{ukupno}} = \frac{150 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 6$ m/s. **(1 bod)**

Za usporeno gibanje vlaka B do zaustavljanja vrijedi jednadžba:

$90 \text{ m} = \frac{v_B t_B}{2}$,

$t_B = \frac{2 \cdot 90 \text{ m}}{v_B} = 30$ s. **(1 bod)**

Za ubrzavanje vlaka A vrijede sljedeće jednadžbe:

$75 \text{ m} = v_{A0} \cdot 25 \text{ s} + \frac{1}{2} a_{A1} (25 \text{ s})^2$, **(1 bod)**

$v_{A1} = v_{A0} + a_{A1} \cdot 25$ s, **(1 bod)**

gdje je v_{A0} brzina vlaka A u prvom prikazanom položaju, a v_{A1} je brzina vlaka A na početku kočenja. Sa slike možemo vidjeti da će vlak A prijeći 140 m − 90 m = 50 m do zaustavljanja. Za usporeno gibanje vlaka A do zaustavljanja vrijedi jednadžba:

$50 \text{ m} = \frac{v_{A1}^2}{2a_{A2}} = \frac{v_{A1}^2}{4a_{A1}}$. **(1 bod)**

Sređivanjem i uvrštavanjem druge jednadžbe u prvu dobije se:

$3 = v_{A1} - \frac{25}{2} a_{A1}$.

Uvrštavanjam a_{A1} iz treće jednadžbe dobije se:

$3 = v_{A1} - \frac{v_{A1}^2}{16}$,

$v_{A1}^2 - 16 v_{A1} + 48 = 0$,

$(v_{A1} - 12)(v_{A1} - 4) = 0$. **(1 bod)**

Analizom rješenja prethodne kvadratne jednadžbe dobije se da je fizikalno prihvatljivo rješenje $v_{A1} = 4$ m/s **(1 bod)**. Slijedi da je iznos ubrzanja vlaka A u prvom dijelu gibanja jednaka:

$a_{A1} = \frac{v_{A1}^2}{200} = 0.08$ m/s^2. **(1 bod)**

Brzina vlaka A u prvom prikazanom položaju je:

$v_{A0} = v_{A1} - a_{A1} \cdot 25$ s $= 2$ m/s. **(1 bod)**

Vrijeme usporavanja vlaka A je:

$t_A = \frac{v_{A2}}{a_{A2}} = 25$ s. **(1 bod)**

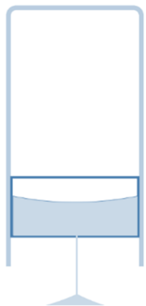
Prema tome, vrijeme između zaustavljanja vlakova A i B je $t_B - t_A = 5$ s, a prvi će se zaustaviti vlak A **(1 bod)**.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2022.

Srednje škole – 2. skupina

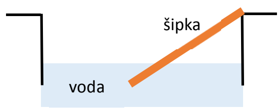
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. **zadatak** (10 bodova)
Određena količina jednoatomnog idealnog plina nalazi se u izoliranom cilindru volumena V_0, zatvorenog klipom odozdo. Klip je napravljen od izolacijskog materijala sa šupljinom ispunjenom pijeskom, ukupne mase M_0. Početni tlak plina jednak je $p_0 = p_{atm}/4$, gdje je p_{atm} vanjski atmosferski tlak. U početku je sustav u ravnoteži. Za određeno vrijeme, pijesak koji se nalazi u klipu počinje vrlo sporo izlaziti kroz malu rupu u klipu (vidi sliku), sve dok se ukupna masa klipa ne smanji na jednu trećinu početne. Doprinosi trenja su zanemarivi. Izračunajte konačni tlak i volumen plina kao funkciju p_0 i V_0.



2. **zadatak** (10 bodova)
Komad metala mase m_1 = 200 g, uronjen u 275 g nepoznate tekućine, podiže njenu temperaturu s 10°C na 12°C. Drugi komad istog metala mase m_2 = 250 g na istoj temperaturi kao i prvi, uronjen u 168 g iste nepoznate tekućine, podiže temperaturu s 10°C na 14°C. U oba slučaja nepoznata tekućina tijekom cijelog procesa ostaje u istom – tekućem – agregatnom stanju. Izračunajte početne temperature dvaju komada metala. (Zanemarite moguće gubitke prema okolini.)

3. **zadatak** (10 bodova)
Drvena šipka duljine l, mase m = 0.3 kg i zanemarivog presjeka u odnosu na duljinu, može se slobodno okretati oko vodoravne osi koja prolazi kroz jedan kraj, postavljena na visini $l/2$ iznad površine vode koja se nalazi u velikom spremniku (vidi sliku). Znajući da je gustoća drveta 600 kg/m^3, odredite omjer uronjenog dijela šipke prema cijeloj duljini šipke i izračunajte silu podloge na osi kada je šipka u ravnotežnom položaju.



4. **zadatak** (6 bodova)
Odredite temperaturu pri kojoj atomi helija imaju istu kvadratnu srednju brzinu kao molekule vodika na 20 °C. Na kojoj je temperaturi srednja kvadratna brzina molekula dušika jednaka onoj koju imaju atomi helija? Uzmite da je masa atoma helija četiri puta, a dušika četrnaest puta veća od mase atoma vodika.

5. zadatak (14 bodova)

Jednoatomski idealni plin provodi reverzibilni kružni proces od tri dijela:

(1) izohorni, koji dovodi plin iz početnog stanja A (V_A, p_A) u stanje B u kojem je tlak dvostruko veći

(2) adijabatsko širenje do stanja C

(3) izotermna kompresija koja vraća sustav iz C u početno stanje A.

Nacrtajte na p-V grafu procese i izračunajte slijedeće:

a) Omjer tlakova p_C/p_A i omjer volumena V_C/V_A.
b) Korisnost navedenog kružnog procesa.
c) Snagu koju razvija hipotetski motor koji izvodi ovaj kružni proces, počevši od stanja A karakteriziranog s p_A = 100 kPa i V_A = 24 L i radi na frekvenciji f = 75 kružnih procesa u minuti.

Uzmite u obzir sljedeće vrijednosti za fizikalne konstante, ako nije drukčije navedeno u zadatku:

R = 8.31 J/K mol

ρ_{voda} = 1000 kg/m^3

P_{atm} = 1 atm = 101300 Pa

g = 9.81 m/s^2

N_A = 6.022×10^{23} mol^{-1}

K_B = 1.38×10^{-23} J·K^{-1}

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2022.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (10 bodova)

Ako je *A* površina klipa u stanju ravnoteže, u početnome stanju, vrijedi:

$$p_{\text{atm}} = \frac{p_{\text{atm}}}{4} + \frac{M_0 g}{A}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\frac{M_0 g}{A} = \frac{3p_{\text{atm}}}{4}$$ **(1 bod)**

U konačnom stanju možemo pisati:

$$p_{\text{atm}} = p_1 + \frac{(M_0/3)g}{A}$$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi:

$$p_1 = p_{\text{a}} - \frac{p_{\text{a}}}{4} = \frac{3p_{\text{a}}}{4} = 0.75p_{\text{a}} = 3p_0$$ **(2 boda)**

Radi se o adijabatskom procesu, dakle možemo pisati:

$$p_0 V_0^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \quad \text{gdje} \quad \gamma = \frac{5}{3}$$ **(2 boda)**

$$\frac{p_{\text{a}}}{4} V_0^{\gamma} = \frac{3}{4} p_{\text{a}} V_1^{\gamma}$$

Iz čega:

$$V_1 = \frac{V_0}{3^{3/5}} = 0.517V_0$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (10 bodova)

Za riješiti ovaj zadatak možemo uspostaviti sustav jednadžbi sa dvije nepoznanice. Znajući da se radi o istom metalu u oba slučajeva možemo pisati:

$$\begin{cases} 200g \cdot c_s \cdot (T-12)^\circ C = 275g \cdot c \cdot (12-10)^\circ C \\ 250g \cdot c_s \cdot (T-14)^\circ C = 168g \cdot c \cdot (14-10)^\circ C \end{cases}$$ **(3 boda)**

Slijedi:

$$\begin{cases} 200c_s(T-12) = 550\ c \\ 250c_s(T-14) = 672\ c \end{cases}$$

Ako se izrazi omjer toplinskih kapaciteta:

$$\begin{cases} c_s/c = \frac{550}{200(T-12)} \\ c_s/c = \frac{672}{250(T-14)} \end{cases}$$ **(2 boda)**

Dakle:

$$\frac{11}{4(T-12)} = \frac{336}{125(T-14)}$$ **(3 boda)**

Iz čega dobije se da:

$$T = \frac{3122}{31} = 100.7^\circ\mathrm{C}$$ **(2 boda)**

3. Zadatak (10 bodova)

Za silu podloge *R* vrijedi:

$$R = m\ g - S$$ **(1 boda)**

gdje S je sila uzgona. Ako se uzmu u obzir gustoća vode, površina presjeka šipke i njezin uronjeni dio:

$$R = \rho Alg - \rho_{voda} Al_{ur} g = Alg\left(\rho - \frac{l_{ur}}{l}\rho_{voda}\right) = mg\left(1 - \frac{l_{ur}}{l}\frac{\rho_{voda}}{\rho}\right)$$ **(2 boda)**

Kako se šipka može gibati oko osi položaj ravnoteže naći će se na određenom kutu *ϑ,* za koji je suma momenta sile teže i sile uzgona prema centru jednaka nula:

$$\rho Alg \frac{l}{2} \sin\theta = \rho_{voda} Al_{im} g\left(l - \frac{l_{ur}}{2}\right) \sin\theta$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\rho l^2 = 2\rho_{voda} l l_{ur} - \rho_{voda} l_{ur}^2, \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{l_{ur}}{l}\right)^2 - 2\frac{l_{ur}}{l} + \frac{\rho}{\rho_{voda}} = 0$$

Odatle:

$$\frac{l_{ur}}{l} = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_{voda}}} = 1 \pm 0.632$$

Uzimamo u obzir fizikalno smisleno rješenje (predznak '–'):

$$\frac{l_{ur}}{l} = 0.368$$ **(3 boda)**

Sila podloge je:

$$R = mg\left(1 - \frac{l_{im}}{l}\frac{\rho_{voda}}{\rho}\right) = 1.14N$$ **(2 boda)**

4. Zadatak (6 bodova)

Jednadžba koji povezuje prosječnu kinetičku energiju molekula (mikroskopsku) s temperaturom (veličina koja opisuje makroskopsko svojstvo) je:

$$\frac{1}{2}mv_{qm}^2 = \frac{3}{2}kT$$

Iz čeka srednja kvadratna brzina je:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT_H}{m_H}}$$ **(2 boda)**

Možemo dakle pisati

$$\frac{3kT_{He}}{m_{He}} = \frac{3kT_H}{m_H}$$

Znamo da $m_{He} = 2m_H$, dakle

$$T_{He} = 2T_H = 2 \times 293\text{K} = 586\text{K} = 313°\text{C}$$ **(2 boda)**

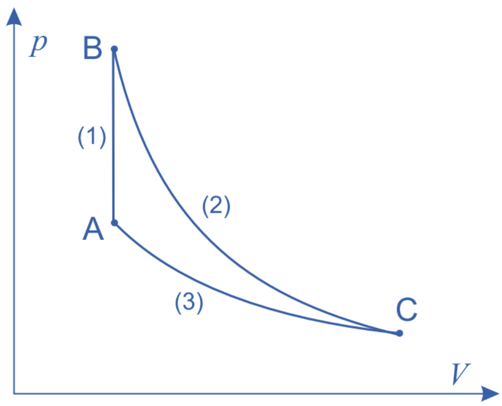
Za molekule dušika vrijedi:

$$\frac{3kT_{He}}{m_{He}} = \frac{3kT_N}{m_N}$$

Slijedi: $T_N = T_{He} \cdot \frac{m_N}{m_{He}} = 586K \cdot 7 = 4102K$ **(2 boda)**

5. Zadatak (14 bodova)

Graf ciklusa je:



(2 boda)

a) Znamo da je proces (2) adijabatski, a (3) izotermni, dakle možemo pisati:

(2) $p_\mathrm{C}V_\mathrm{C}^\gamma = p_\mathrm{B}V_\mathrm{B}^\gamma = 2p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}^\gamma$ gdje $\gamma = 5/3$ pošto se radi o jedno atomskom plinu

(3) $p_\mathrm{C}V_\mathrm{C} = p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}$

Ako podijelimo međusobno prethodne jednadžbe dobije se:

$V_\mathrm{C} = 2^{3/2}V_\mathrm{A} = 2\sqrt{2}V_\mathrm{A} = 2.83V_\mathrm{A}$ **(2 boda)**

Za tlak vrijedi:

$p_\mathrm{C} = 2^{-3/2}p_\mathrm{A} = \frac{\sqrt{2}}{4}p_\mathrm{A} = 0.3536p_\mathrm{A}$ **(2 boda)**

b) Učinkovitost je $\eta = L/Q_{aps}$, to je omjer između izvršenog rada i apsorbirane topline. Tijekom ciklusa, u transformaciji (1) apsorbirana toplina je $Q_1 > 0$; u (2), koja je adijabatska, nema izmjene topline ($Q_2 = 0$), a u (3), izotermnoj kompresiji, oslobađa se toplina i $Q_3 < 0$. Prema prvom zakonu termodinamike, s obzirom da se u zatvorenom ciklusu unutarnja energija ne mijenja, možemo pisati:

$\Delta U = Q - L = 0$

$L = Q = Q_{abs} + Q_{osl}$

Slijedi:

$\eta = \frac{Q_{ass}+Q_{osl}}{Q_{ass}} = 1 + \frac{Q_{osl}}{Q_{ass}} = 1 + \frac{Q_3}{Q_1}$ **(2 boda)**

Ako uzmemo u obzir jednadžbe stanja za dane procese dobijemo:

$Q_1 = nc_V \Delta T = \frac{3}{2} V_{\mathrm{A}}(p_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{A}}) = \frac{3}{2} p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}}$

$Q_3 = nRT_A ln\frac{V_A}{V_C} = p_A V_A ln\frac{V_A}{V_C}$ **(2 boda)**

Možemo sad izračunati učinkovitost ciklusa:

$\eta = 1 + \frac{2}{3} ln\frac{V_A}{V_C} = 1 - ln\,2 = 0.3069 = 30.69\%$ **(2 boda)**

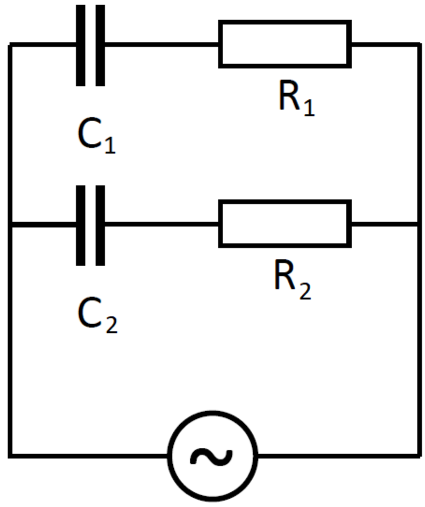
c) Učinkovitost ciklusa je $\eta = L/Q_{aps}$, snaga je dan kao rad po jedinici vremena. Ako je *N* broj ciklusa napravljeni u rasponu vremena Δt

$P = \frac{NL}{\Delta t} = Lf = \eta Q_{\mathrm{ass}} f = 1.38\mathrm{kW}$ **(2 boda)**

Zadaci za županijsko natjecanje 2022. – 3. skupina

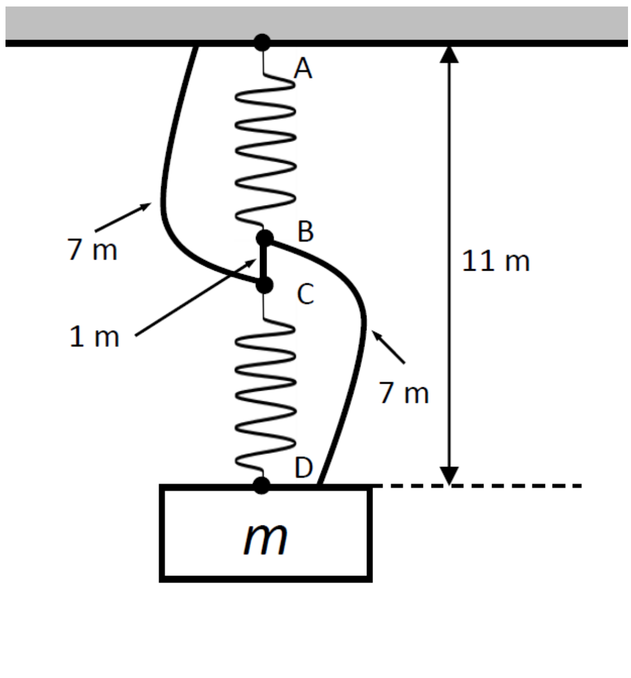
Zadatak 1 (12 bodova)

Na slici je prikazan izmjenični strujni krug s dvije paralelne grane. Struja je u prvoj grani (I_1) 50% veća od struje u drugoj grani (I_2). Izvor izmjeničnog napona daje napon $V = 220$ V na frekvenciji $f = 50$ Hz. Struja na izvoru je $I_{uk} = 15$ A, i sa naponom $V = 220$ V zatvara fazu $\varphi = 45°$. Struje su u obje grane u fazi, i za njihove efektivne vrijednosti vrijedi relacija $I_{uk} = I_1 + I_2$. Sve su spomenute vrijednosti struja i napona efektivne vrijednosti.
Nađi kapacitete C_1 i C_2 i otpore R_1 i R_2.



Zadatak 2 (12 bodova)

Uteg visi na dvije opruge spojene kratkim komadom užeta, kao na slici. Masa utega je $m = 1$ kg a mase opruga i užeta zanemarive su. Obje su opruge jednake, nerastegnute duljine $l = 1$ m i identične konstante opruge k, tako da je udaljenost utega od stropa (od točke A do točke D) $D = 11$ m. Uže između opruga (BC) duljine je 1 m. Osim tog užeta, dva dodatna užeta, oba duljine 7 m pričvršćena su za uteg i opruge kao na slici, tako da jedno uže spaja točke A i C a drugo točke B i D. Dodatna užad ne drži nikakav teret u ovom slučaju (užad je labava). Prerežemo li središnje uže između točaka B i C, i pričekamo li da se sustav smiri (ili da se sustav prestane gibati), skiciraj novu situaciju. U novom položaju hvatište opruge na utegu se pomakne malo ulijevo, tako da gornja ravnina utega ostane vodoravna – ne zanima nas naginjanje utega. Koja će biti nova udaljenost utega od stropa?



Zadatak 3 (8 bodova)

Serijski LC krug sastoji se od izvora izmjeničnog napona $V = 220$ V i frekvencije $f = 50$ Hz, zavojnice unutarnjeg otpora $R = 40\ \Omega$ i induktiviteta $L = 0.1$ H te od promjenjivog kondenzatora kapaciteta C. Nađi kapacitet pri kojem je struja u strujnom krugu maksimalna. Kolika je snaga disipirana na zavojnici?

Zadatak 4 (8 bodova)

Strujni krug sastoji se od kondenzatora kapaciteta $C = 120$ pF i zavojnice promjera $d = 10$ mm, duljine $l = 5$ cm i brojem namotaja $N = 500$. U zavojnici se nalazi metalna jezgra magnetskog moomenta $\mu = 10$ koja se može pomicati unutar zavojnice. Koja duljina zavojnice mora biti ispunjena jezgrom da bi rezonancija strujnog kruga bila na frekvenciji $f = 447$ kHz? Zanemari rubne uvjete metalne jezgre u zavojnici.

Zadatak 5 (10 bodova)

Četverostrana piramida baze ABCD i vrha P na svakom bridu ima otpornik otpora $R = 15\ \Omega$. Nađi ukupni otpor između vrhova A i B!

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike, 2022.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (12 bodova)

Napišimo impedanciju u obje grane: **(2 boda)**

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C_1)^2}}$$
$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{(\omega C_2)^2}}$$

Ukupna struja je zbroj struja u obje grane. U izmjeničnom krugu struja je veličina koja se opisuje iznosom (efektivna vrijednost) i fazom. Jednostavno zbrajanje struja moguće je samo ako su im faze iste. Zaključujemo da je to slučaj u ovom zadatku. Poznat nam je i odnos tih struja pa možemo pisati:

$$I_u = I_1 + I_2$$
$$I_1 = \frac{3}{2} I_2$$

Dobijemo da su iznosi struja: $I_1 = 9$ A, $I_2 = 6$ A. **(2 boda)**

Faza obje grane dana je u zadatku i iznosi $\varphi = 45°$. Faza struje je relacija reaktancije i otpora. Vrijedi:

$$\tan\varphi = \frac{X_1}{R_1} = \frac{X_2}{R_2}$$

gdje smo iskoristili reaktanciju $X = 1/\omega C$. Uz iznos kuta, vrijedi: $\tan 45° = 1$, stoga: **(2 boda)**

$$X_1 = R_1 \ \ ; \ \ X_2 = R_2$$

Impedancije obje grane su nam poznate iz relacije $Z_x = \frac{V}{I_x}$ gdje je $x = 1, 2$, ovisno o grani. Da bi našli R i C pišemo: **(2 boda)**

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2 = \frac{V^2}{I_1^2}$$
$$Z_2^2 = R_2^2 + X_2^2 = \frac{V^2}{I_2^2}$$

Za prvu granu imamo:

$$R_1 = \frac{V}{\sqrt{2} I_1}$$
$$C_1 = \frac{1}{\omega R_1}$$

a jednake relacije vrijede i za drugu granu. Konačno, kapaciteti su: $C_1 = 184$ μF, $C_2 = 123$ μF a otpori $R_1 = 17.28\ \Omega$, $R_2 = 25.93\ \Omega$. **(4 boda)**

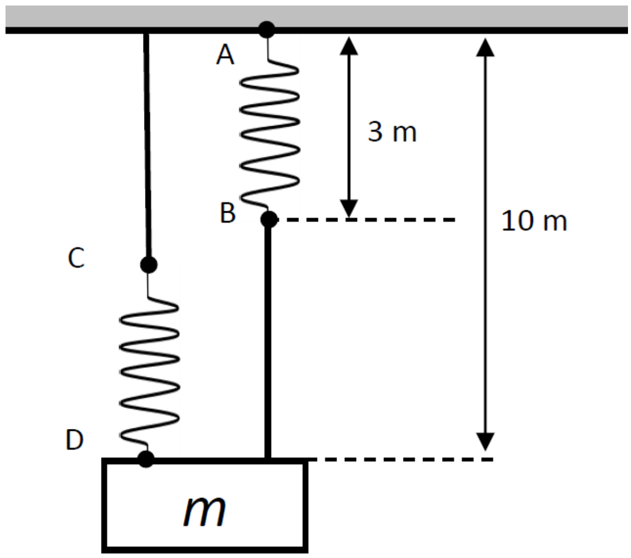
Zadatak 2 (12 bodova)

Iz danih podataka u zadatku prije presijecanja užeta možemo doznati konstantu opruge k. Sila na obje opruge je jednaka, s obzirom da su spojene u seriji i nose isti uteg mase m. Stoga je i rastegnutost tih opruga jednaka. Kako je uteg udaljen 11 m od stropa, a duljina užeta BC je 1 m, svaka opruga je duljine $L = 5$ m. Sila utega izjednačena je sa silom svake opruge: **(2 boda)**

$$F = k(L - l) = mg$$

Iz toga dobijemo da je $k = \frac{mg}{L-l}$. **(1 bod)**

Nakon što je uže BC prerezano, situacija je kao na slici. **(2 boda)**



Dvije opruge su sada spojene paralelno na uteg m, pa je ukupna sila na svaku pojedinu oprugu dvostruko manja nego prije. **(2 boda)**
Iz toga možemo naći novo produljenje opruge: **(2 boda)**

$$F = \frac{mg}{2} = k(x - l)$$

Što nam daje novu duljinu opruge $x = 3$ m. **(1 bod)**
Nova udaljenost utega od stropa je $7 + 3 = 10$ m. **(2 boda)**
Uteg se približio stropu presijecanjem užeta.

Zadatak 3 (8 bodova)

Zavojnica L s unutarnjim otporom R čini serijski spoj RL, stoga se radi o RLC krugu. Impedancija tog kruga dana je s: **(2 boda)**

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Struja je maksimalna kada je impedancija minimalna – u slučaju rezonancije: **(2 boda)**

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Kapacitet za rezonanciju mora biti $C = 101\ \mu$F. **(1 bod)**

Snaga disipirana na zavojnici troši se na otporu te zavojnice: $P = I^2 R$. **(2 boda)**
U ovom slučaju:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} \Rightarrow P = \frac{V^2}{R}$$

Tražena snaga je $P = 1.21$ kW. **(1 bod)**

Zadatak 4 (8 bodova)

Promotrimo zavojnicu u kojoj je željezna jezgra postavljena do udaljenosti x. Dio zavojnice $l - x$ je tada bez jezgre. Također uvedimo radi pokrate gustoću namotaja $n = N/l$. Izraz za induktivitet zavojnice tada je:

$$L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \mu_r \mu_0 n^2 A l$$

gdje je A površina presjeka zavojnice, $A = \frac{d^2}{4}\pi$. Induktiviteti zavojnice s jezgrom L_j i bez jezgre L_z su tada: **(4 boda)**

$$L_j = \mu_0 n^2 A \mu_r x$$
$$L_z = \mu_0 n^2 A (l - x)$$

Ukupna impedancija je tada: **(1 bod)**

$$L = \mu_0 n^2 A \left(l + (\mu_r - 1)x\right)$$

Uvrstimo L u izraz za rezonanciju:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{C \mu_0 n^2 A}} \frac{1}{\sqrt{l + (\mu_r - 1)x}}$$

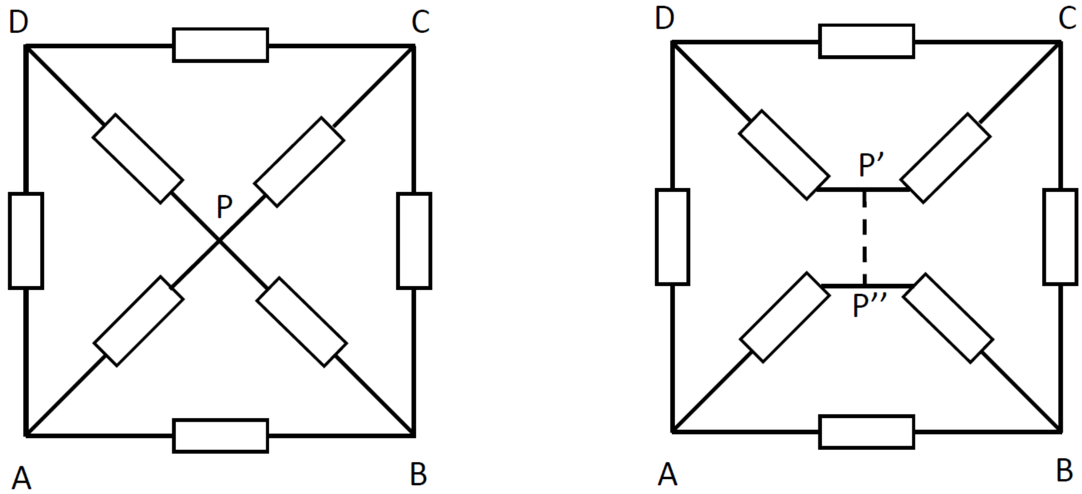
Uz preslagivanje: **(2 boda)**

$$x = \frac{1}{\mu_r - 1} \left(\frac{1}{4\pi^2 f^2 n^2 C \mu_0 A} - l \right)$$

Rješenje je $x = 6.34$ mm. **(1 bod)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Četverostrana piramida gledana od gore, s otpornicima R na bridovima izgleda kao na slici lijevo. Za rješavanje problema najlakše je podijeliti središnju točku P na dvije točke (P′ i P″), kao na slici desno.



Točke su spojene žicom bez otpora (ekvivalentne su). Napon u obje točke je jednak, pa struja ne teče u žici među njima - što znači da za rješenje našeg problema možemo promatrati kao da ta žica ne postoji. Sada smo pojednostavnili krug i možemo ga riješiti konvencionalnim putem. **(5 bodova)**
Izračunajmo prvo otpor X paralelnog spoja DC i DP′C:

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow X = \frac{2}{3}R$$

Sada možemo izračunati otpor Y cijele grane ADCB:

$$Y = 2R + X = \frac{8}{3}R$$

Ukupni otpor Z između točaka A i B je tada:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{Y}$$

Ukupni otpor je $Z = \frac{8}{15}R = 8\ \Omega$. **(5 bodova)**

Napomena: ima više načina da se dođe do rješenja zadatka, a ovdje je prikazan možda najkraći, pri kojem se 5 bodova dodjeljuje za pojednostavljenje kruga, 3 boda za izraz rješenja i 2 boda za konačnu vrijednost. Drugi način je riješiti problem po Kirchofovim pravilima – na točke A i B se stavi napon V i riješi se ukupna struja koja izlazi iz izvora. Ukupni otpor se tada dobije iz napona i struje.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…).
Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje.
Dozvoljeno je korištenje kalkulatora.

1. zadatak *(10 bodova)*

Izračunajte prosječnu temperaturu na Neptunu ako je njegovo ophodno vrijeme 165 godina! Zadani su masa Sunca $M = 1.989 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$, polumjer Sunca $R = 6.963 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$, temperatura površine Sunca $T_S = 5778\,\mathrm{K}$ i gravitacijska konstanta $G = 6.674 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$. Pretpostavite da Neptun i Sunce zrače kao crno tijelo! Uzmite da je orbita Neptuna kružna! Zanemarite utjecaje ostalih nebeskih tijela!

2. zadatak *(10 bodova)*

Jedna je od metoda za istraživanje kristalnih struktura neutronska difrakcija. Na slici 1. prikazan je dio kristala. Radi jednostavnosti nacrtane su dvije susjedne kristalne ravnine razmaknute za $d = 0.8\,\mathrm{nm}$, iako postoji N takvih ravnina ($N \gg 1$). Neutronske zrake koje upadaju pod kutem $\theta = 73°$ se elastično raspršuju od atomskih jezgri u kristalu tako da detektor u točki D bilježi interferencijski maksimum prvog reda koji nastaje konstruktivnom interferencijom reflektiranih zraka na N kristalnih ravnina. Izvor i detektor neutrona nalaze se na visini $h = 0.5\,\mathrm{m}$ iznad kristala.

a.) Koliko vremena treba neutronima da dođu od izvora do detektora?
Masa neutrona je $m = 1.675 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, a Planckova konstanta $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{m^2kgs^{-1}}$.

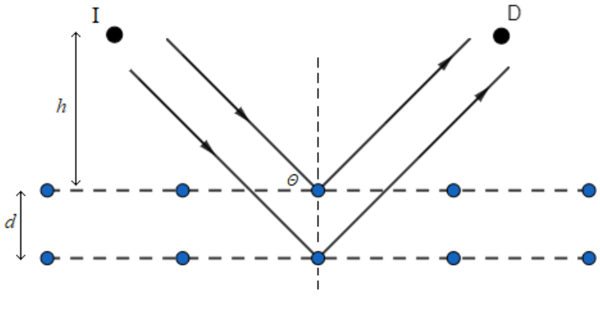
b.) Može se pokazati da je prvi sljedeći interferencijski minimum dan uvjetom:

$$2d \sin\theta_{min} = \lambda + \frac{\lambda}{N},$$

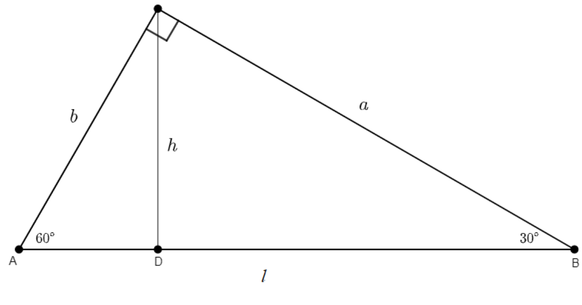
jer tada zrake koje se reflektiraju od ravnina s rednim brojem k i $k + N/2$ destruktivno interferiraju za sve $k < N/2$. Ovo pretpostavlja da je N paran, ali isti uvjet za minimum vrijedi i za neparne N. Ako kristal počinjemo sporo rotirati tako da se kut θ povećava (detektor također pomičemo tako da uvijek hvata reflektirane neutrone), i intenzitet reflektiranih neutrona dosegne minimum pri $\theta = 73°\,10'$, koliko kristalnih ravnina N sudjeluje u difrakciji?

3. zadatak *(11 bodova)*

Na slici 2. je dan objekt koji ima oblik pravokutnog trokuta $\triangle ABC$ za promatrača koji se ne giba naspram njega. Neki drugi promatrač giba se u odnosu na trokut (tako da mu je brzina u smjeru pravca paralelnog s hipotenuzom trokuta). Odredite duljine stranica trokuta (a', b', l') koje vidi drugi promatrač u ovisnosti o njegovoj brzini naspram trokuta v i duljini hipotenuze l koju vidi prvi promatrač! Za koje brzine drugi promatrač vidi da je trokut jednakokračan?



Slika 1: Atomi (plave točke) posloženi su u N kristalnih ravnina razmaknutih za d. Izvor i detektor neutrona nalaze se na visini h od površine kristala.



Slika 2: Pravokutni trokut kako ga vidi promatrač koji se ne giba naspram njega. Drugi promatrač se giba naspram njega paralelno s hipotenuzom.

4. zadatak *(9 bodova)*

Predmet se nalazi na udaljenosti 90 cm od zastora. Između zastora i predmeta nalaze se dvije konvergentne leće koje su međusobno razmaknute za malu udaljenost $d = 15\,\mathrm{mm}$. Takav sustav leća možemo smatrati jednom lećom žarišne daljine:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - d\,\frac{1}{f_1}\,\frac{1}{f_2},$$

gdje su f_1 i f_2 žarišne daljine pojedinih leća. Sustav možemo pomicati i time mijenjati njegovu udaljenost od predmeta i zastora. Na zastoru se javlja oštra slika za dvije različite pozicije sustava leća. Odredite žarišnu daljinu sustava ako je jedna od tih slika 4 puta veća od druge! Ako je žarišna daljina prve leće jednaka $f_1 = 30\,\mathrm{cm}$ odredite žarišnu daljinu druge leće!

5. zadatak *(10 bodova)*

Promatranjem emisijskog spektra Sunca sa Zemlje uočavamo tamne linije na određenim valnim duljinama. One su posljedica apsorbcije zračenja tih valnih duljina u vanjskom plinskom omotaču Sunca. Jedna se takva tamna linija nalazi na otprilike $\lambda = 0.59\,\mu\mathrm{m}$. Analiziranjem te iste linije na dva ruba zvijezde koji leže na njezinom ekvatoru uočava se (između lijevog i desnog ruba) razlika od $\Delta\lambda = 8.0\,\mathrm{pm}$. Odredite period rotacije Sunca (u danima) oko vlastite osi ako je njegov radijus $R = 6.963 \times 10^8\,\mathrm{m}$! Pretpostavite da Sunčev ekvator nije nagnut u odnosu na ravninu koju zatvara Zemljina orbita! Također zanemarite utjecaj relativne brzine između centra mase Zemlje i centra mase Sunca na pomak u valnoj duljini linije, te rotaciju Zemlje! Uzmite da je brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$!

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(10 bodova)*

Prvo je potrebno izračunati udaljenost Neptuna od Sunca. Gravitacijska sila igra ulogu centripetalne sile, tj. vrijedi:

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad \textbf{[1 bod]} \tag{1}$$

gdje je r udaljenost Neptuna od Sunca, a m masa Neptuna. Brzina je dana omjerom opsega orbite i vremena ophoda

$$v = \frac{2r\pi}{t}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{2}$$

Uvrštavanjem (2) u (1) i sređivanjem dobivamo da je r:

$$r = \left(\frac{GMt^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left[\frac{6.674\times10^{-11}\cdot 1.989\times10^{30}\cdot(165\cdot 365.25\cdot 24\cdot 3600)^2}{4\pi^2}\right]^{1/3}\,\mathrm{m}, \tag{3}$$

gdje smo godine pretvorili u sekunde. Krajnji rezultat za r je:

$$r = 4.5\times10^{12}\,\mathrm{m}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{4}$$

Intenzitet zračenja Sunca na toj udaljenosti možemo dobiti koristeći Stefan-Boltzmannov zakon zračenja i činjenicu da je zračenje raspodijeljeno ravnomjerno u prostoru, tj. intenzitet dobivamo dijeljenjem ukupne snage zračenja s površinom sfere radijusa r. Slijedi da je I:

$$I = \frac{P}{4r^2\pi} = \frac{S\sigma T_S^4}{4r^2\pi} = \frac{4R^2\pi\sigma T_S^4}{4r^2\pi} = \frac{R^2\sigma T_S^4}{r^2}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{5}$$

Količina zračenja koju Neptun apsorbira je jednaka onoj koju emitira. U svakom trenutku pola površine Neptuna je obasjano, no zrake ne upadaju okomito na sve obasjane dijelove. Efektivna površina koja apsorbira Sunčevo zračenje je $r_N^2\pi$, gdje je r_N polumjer Neptuna jer je to površina projekcije obasjanog dijela na ravninu koja je okomita na Sučevo zračenje. Iz toga slijedi:

$$P_{abs} = P_{emit} \;\rightarrow\; Ir_N^2\pi = 4r_N^2\pi\sigma T_N^4 \;\rightarrow\; \frac{R^2\sigma T_S^4}{r^2} = 4\sigma T_N^4. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{6}$$

Konačno se dobije tražena vrijednost za temperaturu Neptuna:

$$T_N = \sqrt{\frac{R}{2r}}T_S \approx 51\,\mathrm{K}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{7}$$

Napomena: Ako je konačni rezultat krivi samo zbog toga što je natjecatelj umjesto $r_N^2\pi$ stavio $2r_N^2\pi$ u izrazu (6), oduzeti samo dva boda u tom koraku.

2. zadatak *(10 bodova)*

a.) Razlika optičkih putova dvije zrake koje se reflektiraju na susjednim ravninama je $2d\sin\theta$, pa je uvjet konstruktivne interferencije za maksimum prvog reda dan sa:

$$2d\sin\theta = \lambda, \quad [\mathbf{1\ bod}] \tag{8}$$

gdje je λ De Broglijeva valna duljina neutrona, tj. $\lambda = \frac{h}{mv}$. Iz toga slijedi da je brzina neutrona jednaka:

$$v = \frac{h}{2md\sin\theta} = 258.54\,\mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{3\ boda}] \tag{9}$$

Vrijeme potrebno da neutroni iz izvora dođu do detektora je onda jednako:

$$t = \frac{2h}{v\sin\theta} = 4.00\,\mathrm{ms}. \quad [\mathbf{2\ boda}] \tag{10}$$

b.) Povećavanjem kuta upada postupno se narušava konstruktivna interferencija. Minimum intenziteta je ostvaren kada vrijedi:

$$2d\sin\theta_{min} = \lambda + \frac{\lambda}{N}. \tag{11}$$

Iz (11) slijedi da je broj ravnina N:

$$N = \frac{\lambda}{2d\sin\theta_{min} - \lambda} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta_{min} - \sin\theta} = 1129.912713..., \tag{12}$$

gdje smo iskoristili jednadžbu (8) u drugom koraku. Dakle, broj kristalnih ravnina je 1130 (priznati sve bodove i u slučaju ako natjecatelj krajnju vrijednost zaokruži na 1129 ravnina). [**4 boda**]

3. zadatak *(11 bodova)*

Duljina hipotenuze koju drugi promatrač vidi je jednostavno $l' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. [**1 bod**]

Također je bitno uočiti da se visina trokuta h ne mijenja, i nju možemo izraziti preko l kao:

$$h = b\sin 60^\circ = l\sin 30^\circ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}\,l}{4}. \quad [\mathbf{2\ boda}] \tag{13}$$

Sada a i b možemo promatrati kao vektore, tj. rastaviti ih na komponente u smjeru brzine drugog promatrača (neka to bude x os) i u smjeru okomitom na brzinu drugog promatrača (y os). Tada je:

$$\vec{a} = \frac{h}{\tan 30^\circ}\,\hat{x} + h\,\hat{y}, \quad \vec{b} = \frac{h}{\tan 60^\circ}\,\hat{x} + h\,\hat{y}. \tag{14}$$

Kontrakcija duljine se javlja samo duž x osi, pa su katete koji drugi promatrač vidi dane vektorima:

$$\vec{a'} = \frac{h}{\tan 30^\circ}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\hat{x} + h\,\hat{y}, \quad \vec{b'} = \frac{h}{\tan 60^\circ}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\hat{x} + h\,\hat{y}. \tag{15}$$

Duljinu vektora, tj. kateta koje drugi promatrač vidi je lako izračunati, i uvrštavanjem (13) u konačne izraze za duljinu slijedi:

$$|a'| = \frac{l\sqrt{3}}{2}\sqrt{1 - \frac{3v^2}{4c^2}}, \quad |b'| = \frac{l}{2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{4c^2}}. \quad [\mathbf{4\ boda}] \tag{16}$$

Uspoređivanjem duljina a', b' i l' se lako dobije da je $a' = l'$ kada je $v = \sqrt{4/7}\,c$ i $b' = l$ kada je $v = \sqrt{4/5}\,c$. Također imamo $a' = b'$ za $v = c$, no to je nefizikalan slučaj. [**4 boda**]

4. zadatak *(9 bodova)*

Ovdje je korisno zapisati jednadžbu leće:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{17}$$

S obzirom da je udaljenost zastora od predmeta fiksna vrijedi $a+b = l = 90\,\text{cm}$, tj. $b = l-a$. Ubacivanjem u (17) dobiva se kvadratna jednadžba u a:

$$a^2 - al + lf = 0. \tag{18}$$

Iz toga slijedi da su rješenja za a i b dana sa:

$$a_{1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4lf}}{2}, \quad b_{1,2} = \frac{l \mp \sqrt{l^2 - 4lf}}{2}. \tag{19}$$

Vidimo da uvijek postoje dva rješenja koja daju oštru sliku, osim ako je $a = b$ ili $f > l/4$, i drugo rješenje se dobije zamjenom vrijednosti a i b iz prvog rješenja. To se može i direktno vidjeti iz jednadžbe (17) jer je ona invarijantna na zamjenu a i b. **[2 boda]**

Kako ne bi došlo do zabune označimo vrijednosti rješenja sa a^* i b^*, i uzmimo $a^* > b^*$, tj. prvo rješenje je dano sa $a = a^*$ i $b = b^*$, a drugo sa $a = b^*$ i $b = a^*$. S obzirom da je povećanje slike dano relacijom $m = |b/a|$ slijedi:

$$\frac{a^*}{b^*} = 4\frac{b^*}{a^*}, \tag{20}$$

iz čega je $a^* = 2b^*$ (obe vrijednosti su striktno pozitivne jer je slika realna).

Iz toga slijedi da je $a^* = 60\,\text{cm}$ i $b^* = 30\,\text{cm}$, te napokon ubacivanjem u (17) dobivamo žarišnu daljinu sustava leća f:

$$f = \frac{a^* b^*}{a^* + b^*} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30}\text{cm} = 20\,\text{cm}. \quad \textbf{[4 boda]} \tag{21}$$

Kako bi odredili žarišnu daljinu f_2 možemo preurediti izraz za žarišnu daljinu sustava. Slijedi:

$$f_2 = f\,\frac{f_1 - d}{f_1 - f} = 57\,\text{cm}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{22}$$

5. zadatak *(10 bodova)*

Zbog toga što je relativna brzina između promatrača na Zemlji i točke na Suncu različita za dva rubna dijela Sunca (koja leže na ekvatoru) dolazi do različitog Dopplerovog pomaka u valnoj duljini tamne linije. Relativne brzine su istog iznosa, ali suprotnog smjera i odgovaraju obodnoj brzini Sunca na ekvatoru. Valna duljina tamne linije u spektru koji dolazi od ruba koji se giba prema Zemlji je jednaka:

$$\lambda_1 = \lambda\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}, \tag{23}$$

Analogno se može zapisati valna duljina linije u spektru koji dolazi od ruba koji se giba od Zemlje kao:

$$\lambda_2 = \lambda\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}, \tag{24}$$

Tada je njihova razlika jednaka:

$$\Delta\lambda = \lambda\left(\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\right). \quad \textbf{[3 boda]} \tag{25}$$

Jednadžbu (25) možemo zapisati u obliku:

$$\kappa^2 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\kappa - 1 = 0, \quad \kappa = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}. \tag{26}$$

Rješavanjem kvadratne jednadžbe, i uzimanjem rješenja koje daje $\kappa > 1$ slijedi:

$$\kappa = \frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 4}}{2} = 1.0000067797 \quad [\textbf{3 boda}] \tag{27}$$

Iz definicije κ u (26) slijedi da je brzina v:

$$v = \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 + 1}\,c = 2033.9\,\mathrm{m/s}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{28}$$

Period rotacije je jednostavno:

$$T = \frac{2R\pi}{v} = 25\,\mathrm{dana}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{29}$$