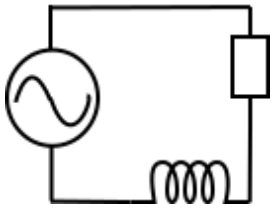
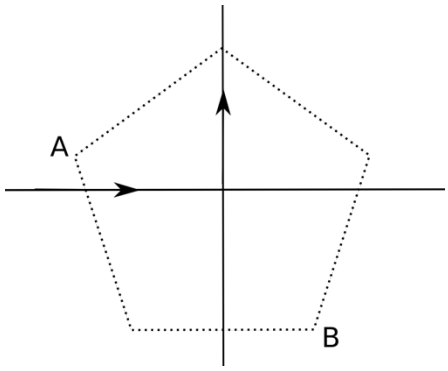
Županijsko natjecanje iz fizike 25.02.2016.
Srednje škole – 3. Skupina (zadaci)

1. zadatak (10 bodova)



Za strujni krug na slici pronađite iznos i fazu struje kroz zavojnicu (u odnosu na napon izvora) i magnetsko polje u njenom centru, ako je zavojnica duljine 20 cm i ima 800 navoja. Izvor izmjeničnog napona ima amplitudu 10 V i frekvenciju $f = 50$ Hz, zavojnica ima induktivitet $100/\pi$ mH, a otpornik otpor 10 Ω. Ako se u centar zavojnice postavi mala petlja od žice na kojoj je žaruljica, hoće li žaruljica svijetliti? Obrazložite odgovor.

2. zadatak (12 bodova)



Dva ravna, beskonačno duga vodiča sjeku se pod pravim kutom kao na slici. Svakim vodičem teče struja iznosa 10 A. Odredite iznose i smjerove magnetskog polja u točkama A i B na slici. Sjecište vodiča odgovara centru pravilnog peterokuta čija su dva vrha zadane točke. Stranica peterokuta duga je 1 m.

3. zadatak (12 bodova)

Bungee uže može se razmatrati kao opruga koja djeluje povratnom silom kad ju se rastegne, no koju se uopće ne može sabiti. Osoba visine 2 m i mase 80 kg skače s mosta koji je na 45 m iznad površine rijeke. Za stopala osobe vezano je bungee uže koje je u nerastegnutnom stanju dugo 23 m. Kolika mora biti konstanta elastičnosti kako bi nakon vertikalnog skoka, glavom prema dolje, osoba taman dotaknula površinu vode? Na kojoj visini iznad površine vode težište osobe ima najveću brzinu? Do koje konačne visine će osoba doći u svom gibanju prema gore? Pretpostavite da osoba kreće s mosta bez početne brzine. Masa užeta je zanemariva, a težište osobe nalazi se na pola njene visine. Zanemarite sve gubitke energije na trenje.

4. zadatak (8 bodova)

Tri komada idealnog užeta, svaki duljine L spojeni su tako da čine jedno uže duljine $3L$. Jedan komad ima masu po jedinici duljine μ, drugi 4μ, a treći $\mu/4$. Ako je uže napeto silom T, koliko vremena treba transverzalnom valu da prođe cijelom dužinom užeta? Odgovor izrazite pomoću L, T i μ. Ovisi li odgovor o redosljedu vezanja komada u cjelovito uže? Treba li valu više ili manje vremena da prođe kroz ovakvo uže ili uže koje je duljine $3L$, a cijelo ima masu po jedinici duljine μ?

5. zadatak (8 bodova)

Šišmiš leti prema bubi brzinom v i ispušta ton frekvencije f. Buba miruje i ton se odbija natrag od nje prema šišmišu. Ako šišmiš čuje ton koji je 60% viši od tona koji je ispustio, odredite izraz za brzinu zvuka u zraku pomoću zadanih veličina.

Županijsko natjecanje iz fizike 25.02.2016.
Srednje škole – 3. Skupina (rješenja i smjernice za bodovanje)

1. zadatak (10 bodova)

Ukupna impedancija kruga jednaka je:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2} = 10\sqrt{2}\,\Omega \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Faza struje u odnosu na napon dana je s:

$$tan(\phi) = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R} = 1 \;\rightarrow\; \phi = \pm\frac{\pi}{4} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Struja u krugu dana je s:

$$I = I_0 cos(\omega t + \phi) = \frac{V_0}{Z} cos(\omega t + \phi) = \frac{\sqrt{2}}{2}\, cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ \text{A} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Napomena: 1 bod se daje za pravilan izraz, jedan za pravilan predznak ispred faze.

Magnetsko polje u centru zavojnice dano je izrazom $B = \mu_0 N I/L$ **(1 bod)** , tj. u našem slučaju, nakon uvrštavanja N=800 i L=0.2m:

$$B = 8\pi\sqrt{2}\, cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \cdot 10^{-4} \;=\; 3.55\, cos(314t + \frac{\pi}{4})\ \text{mT} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Petlja sa žaruljicom postavljena u centar petlje svijelit će ovisno o orijentaciji petlje u odnosu na smjer magnetskog polja. **(1 bod)** Ako su polje i petlja okomiti, žaruljica neće svjetliti jer je tok magnetskog polja kroz petlju uvijek jednak nuli. Ako pak nisu okomiti, već pod bilo kojim kutom različitim od okomitog, žaruljica svijetli promijenjivo jer se magnetsko polje mijenja u vremenu, pa se i tok mijenja u vremenu. **(1 bod za objašnjenje)**

2. zadatak (12 bodova)

Za određivanje polja u pojedinoj točki potrebno je znati udaljenosti točaka od žica koje nose struju. Iznos polja u pojedinoj koordinati od pojedine žice jednak je $|\mu_0 I/(2d\pi)|$ **(1 bod)** , pri čemu je d okomita udaljenost od žice. Smjer polja od pojedine žice određuje se pravilom desne ruke **(1 bod)**.

Nalaženje koordinata točaka ili udaljenosti točaka od žica može se na više načina pronaći trigonometrijski. Primijetimo da točke leže u vrhovima peterokuta pa time i na kružnici opisanoj tom peterokutu. Kako je unutarnji kut peterokuta jednak $2\pi/5$ **(1 bod)** , lako se vidi da je točka A na kutu $9\pi/10$ **(1 bod)**, a točka B na kutu $17\pi/10$ **(1 bod)**, oba mjerena od osi x. Dakle, koordinate tih točaka jednake su $A(rcos(9\pi/10), rsin(9\pi/10))$ i $B(rcos(17\pi/10), rsin(17\pi/10))$. **(1 bod).** Preostaje naći koliki je polumjer kružnice opisane peterokutu. Ako uzmemo jednu stranicu i povežemo s centrom peterokuta, dobijamo jednakokračan trokut kuta $2\pi/5$ i stranica r, r i a. Pomoću kosinusovog poučka dobija se:

$$a^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$r = a\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}} = 0.85065a \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Napomena: za neki drugi način pronalaženja općenitog zapisa koordinata točaka ili udaljenosti od žica dodijeljuje se ravnopravno 6 bodova.

Konačno, korištenjem pravila desne ruke slijedi da ukupno polje u A gleda iz papira **(1 bod)** i iznos mu je

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}\left(\left|\frac{1}{sin\frac{9\pi}{10}}\right| + \left|\frac{1}{cos\frac{9\pi}{10}}\right|\right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi}\sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}}\left(\left|\frac{1}{sin\frac{9\pi}{10}}\right| + \left|\frac{1}{cos\frac{9\pi}{10}}\right|\right)$$

$$B_A = 10.08\mu T \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Analogno, polje u B gleda u papir **(1 bod)** i iznos mu je

$$B_B = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}\left(\left|\frac{1}{sin\frac{17\pi}{10}}\right| + \left|\frac{1}{cos\frac{17\pi}{10}}\right|\right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi}\sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}}\left(\left|\frac{1}{sin\frac{17\pi}{10}}\right| + \left|\frac{1}{cos\frac{17\pi}{10}}\right|\right)$$

$$B_B = 6.91\mu T \qquad \textbf{(1 bod)}$$

3. zadatak (12 bodova)

Da bi osoba taman dotaknula površinu vode, mora u tom trenutku stati **(1 bod)**. Stoga je zgodno koristiti zakon očuvanja energije. Postavimo površinu vode na *h=0*. Zakon očuvanja energije daje:

$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

pri čemu je h_1 jednak 46m (visina do mosta + visina do težišta osobe), h_2 je 1m (visina do težišta osobe u najnižoj točki putanje) **(2 boda za visine)**, a Δl jednak je 20m (jer je od vode do mosta 45m - 2m visina osobe - 23m nerastegnuta dužina užeta) **(1 bod)**. Uvrštavanjem brojeva slijedi da je k = 180 N/m **(1 bod) Napomena: za drugi odabir koordinate h=0 dodijeljuje se isto bodovanje**.

Osoba u početku ubrzava, zatim postiže najveću brzinu u nekom trenutku i zatim usporava. Očito, kad je brzina najveća, ubrzanje promijeni smjer, tj. u tom je trenutku jednako nuli **(1 bod)**. Ako je tad ubrzanje jednako nuli, i sila je jednaka nuli, pa se koordinata u kojoj je težište u tom trenutku lako nađe iz ravnoteže sila:

$$mg = k\Delta l \qquad \textbf{(1 bod)}$$

iz čega slijedi da je Δl = 40/9 m **(1 bod)**. Visina na kojoj je težište osobe kad je uže rastegnuto za toliko je 45m - (23m + 40/9m + 1m) = 16.56m iznad površine vode **(1 bod)**.

Kako nema trenja početna energija je očuvana pa se osoba u povratku vrati u početnu točku **(1 bod)**.

4. zadatak (8 bodova)

Brzina širenja vala na napetoj niti dana je s $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ **(1 bod)**. Kako se val širi stalnom brzinom, kroz navedena tri komada treba mu:

$$t_1 = \frac{L}{v_1} = L\sqrt{\frac{\mu}{T}}$$

$$t_2 = \frac{L}{v_2} = L\sqrt{\frac{4\mu}{T}} = 2L\sqrt{\frac{\mu}{T}}$$

$$t_3 = \frac{L}{v_3} = L\sqrt{\frac{\mu}{4T}} = \frac{1}{2}L\sqrt{\frac{\mu}{T}} \qquad \textbf{(3 boda, jedan po komadu)}$$

Ukupno vrijeme jednako je zbroju ova 3 vremena i NE ovisi o poretku kojim je užad vezana **(1 bod)**. Slijedi:

$$t_{uk} = \frac{7}{2}L\sqrt{\frac{\mu}{T}} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ako je uže jednoliko, duljine $3L$, tad je ukupno vrijeme potrebno jednako

$$t_{uk} = 3L\sqrt{\frac{\mu}{T}} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Očito na nejednolikom užetu valu treba više vremena **(1 bod)**.

5. zadatak (8 bodova)

Šimiš prvo djeluje kao izvor zvuka, a buba kao prijamnik **(1 bod)**. Frekvencija tona koji čuje buba jednaka je:

$$f_B = f\frac{c}{c-v} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Kad se zvuk reflektira, buba djeluje kao izvor, a šišmiš kao prijamnik **(1 bod)**. Šišmiš čuje frekvenciju iznosa:

$$f' = f_B\frac{c+v}{c} = f\frac{c+v}{c-v} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Prema uvjetu zadatka, ta je frekvencija jednaka $1.6f$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem i rješavanjem po c slijedi:

$$c = v\frac{1.6+1}{1.6-1} = \frac{13}{3}v \qquad \textbf{(2 boda)}$$