ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2012/2013

Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (10bodova)

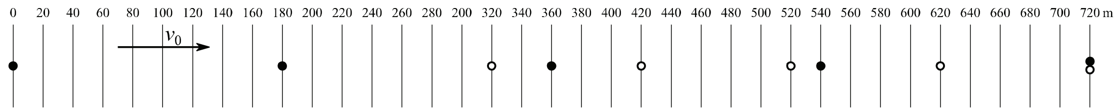
Ivica i Marica utrkuju se na stazi duljine s tako da istovremeno kreću sa starta. Ivica jednoliko ubrzava prvu petinu ukupnog vremena trčanja od starta do cilja, postiže brzinu v_I kojom zatim trči ostatak vremena do cilja. Marica jednoliko ubrzava na prvoj sedmini duljine staze, postiže brzinu v_M kojom zatim nastavlja trčati do cilja. Ivica i Marica istovremeno prolaze ciljem.

a) Odredite omjer brzina v_I/v_M.
b) Skicirajte $v(t)$ graf za Ivicu i Maricu.
c) Kolika je udaljenost između Ivice i Marice (izražena preko ukupne duljine staze) u trenutku kada Marica postiže svoju konačnu brzinu trčanja i tko je od njih dvoje u prednosti?

Zadatak 2 (10 bodova)

Rijeka teče stalnom brzinom v_0. Dva veslača nalaze se u čamcima i veslaju po rijeci. Valentino vesla nizvodno stalnom brzinom u odnosu na rijeku v_V, a Renato vesla uzvodno stalnom brzinom u odnosu na rijeku v_R. Valentino svaku1 min iz čamca ispusti u rijeku jednu plastičnu lopticu. U trenutku, kada Valentino ispusti posljednju lopticu u rijeku, Renato se nalazi na istom mjestu na rijeci te istu lopticu istovremeno pokupi iz rijeke u svoj čamac. Renato nastavlja skupljati loptice iz rijeke te svakih 100s pokupi jednu lopticu iz rijeke. Položaj svake loptice u trenutku njezina ispuštanja u rijeku na slici je označen crnim kružićem, dok je položaj svake loptice u trenutku njezina vađenja iz rijekeoznačen bijelim kružićem.

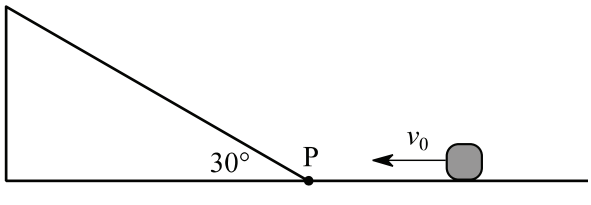
a) Izračunajte brzinu rijeke i brzine gibanja čamaca u odnosu na rijeku.
b) Izračunajte udaljenost Valentina i Renata u trenutku kada Renato pokupi posljednju lopticu iz rijeke.



Zadatak 3 (12bodova)

Malo tijelo mase m giba se prema nepomičnoj kosini stalnom brzinom v_0. Nagib kosine u odnosu na horizontalu iznosi 30°. Kada dođe do podnožja kosine (točka P), tijelo se nastavlja gibati uz kosinu, u određenom trenutku se zaustavlja, neposredno nakon zaustavljanja počinje se gibati niz kosinu te ponovo prolazi točkom P. Omjer vremena gibanja tijela uz kosinu t_1 i vremena gibanja tijela niz kosinu t_2 jednak je 2/3.

a) Postoji li trenje na kosini? Objasnite odgovor. Ako da, izračunajte koeficijent trenja.
b) Odredite brzinu (izraženu preko početne brzine v_0) malog tijela u trenutku kada ponovo prolazi točkom P spuštajući se niz kosinu.



Zadatak 4 (9bodova)

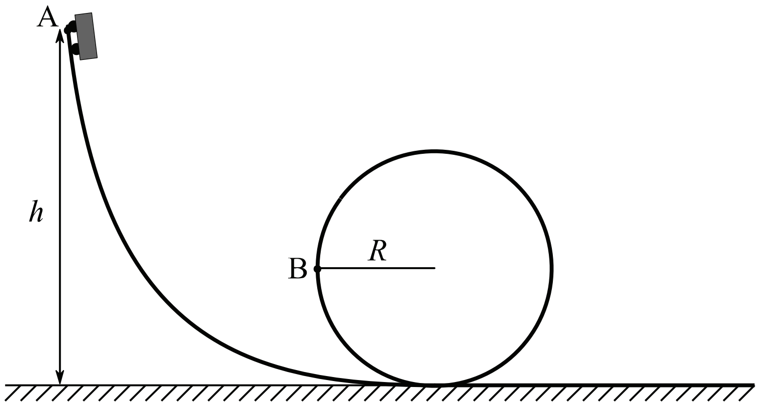
Prilikom pokretanja dizalo jednoliko ubrzava prvih 1.6 m gibanja te postiže brzinu 2 m/s. Jednak put dizalo prijeđe i prilikom zaustavljanja. Na strop dizala obješena je opruga konstante elastičnosti k na čiji je drugi kraj obješen uteg mase 2kg. Duljina opruge mijenja se za vrijeme gibanja dizala. Za vrijeme ubrzavanja dizala uteg miruje u ravnotežnom položaju u kojem je duljina opruge 24 cm. Za vrijeme kočenjadizala uteg miruje u ravnotežnom položaju u kojem je duljina opruge 26 cm. Uzmite da je g =10 m/s^2.

a) Odredite smjer gibanja dizala.
b) Izračunajte konstantu elastičnosti opruge.
c) Izračunajte duljinu opruge za vrijeme jednolikog gibanja dizala. (Uteg miruje u ravnotežnom položaju.)
d) Izračunajte duljinu nerastegnute opruge.

Zadatak 5 (9bodova)

Kolica u zabavnom parku gibaju se po nepomičnoj zakrivljenoj petlji koja je prikazana na slici. Kružni dio petlje ima polumjer R = 20 m. U početnom trenutku kolica miruju na visini h iznad tla (točka A). Trenje na petlji je zanemarivo.

a) Izračunajte minimalnu visinu h s koje se kolica moraju početi gibati iz mirovanja tako da uspiju obići cijelu kružnu petlju.
b) Ako su se kolica počela gibati iz mirovanja s visine h iz a) dijela zadatka, izračunajte brzinu kolica u točki B.
c) Ako su se kolica počela gibati iz mirovanja s visine h iz a) dijela zadatka, izračunajte ukupno ubrzanje kolica u točki B i skicirajte vektor ubrzanja. Ubrzanje odredite u sustavu promatrača koji miruje na tlu.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2012/2013

Srednje škole – 1. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (12bodova)

Označimo sa s duljinu staze, a sa T ukupno vrijeme trčanja od starta do cilja koje je jednako za Ivicu i Maricu.Gibanje Ivice može se opisati jednadžbom:

$s = \frac{1}{2} a_I t_I'^2 + v_I t_I''$, **(1 bod)**

gdje je $t_I' = \frac{1}{5}T$, $t_I'' = \frac{4}{5}T$, $v_I = a_I t_I'$. Kombiniranjem prethodnih jednadžbi dobije se:

$s = \frac{1}{2} v_I \frac{1}{5}T + v_I \frac{4}{5}T = \frac{9}{10} v_I T$. **(1 bod)**

Gibanje Marice može se opisati jednadžbom:

$s = \frac{1}{2} a_M t_M'^2 + v_M t_M''$, **(1 bod)**

gdje je $\frac{1}{7}s = \frac{1}{2} a_M t_M'^2$, $\frac{6}{7}s = v_M t_M''$, $v_M = a_M t_M'$, $t_M' + t_M'' = T$. Kombiniranjem prethodnih jednadžbi dobije se:

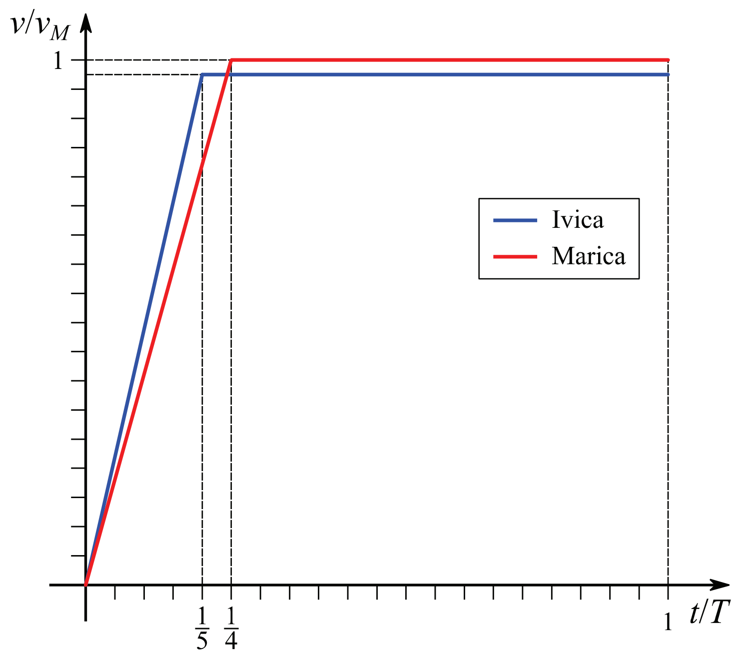
$\frac{1}{7}s = \frac{1}{2}\frac{6}{7}s\frac{t_M'}{t_M''} \quad \Rightarrow \quad t_M'' = 3t_M' = T - t_M' \quad \Rightarrow \quad t_M' = \frac{1}{4}T, t_M'' = \frac{3}{4}T$, **(1 bod)**

$s = \frac{1}{2} v_M \frac{1}{4}T + v_M \frac{3}{4}T = \frac{7}{8} v_M T$. **(1 bod)**

Izjednačavanjem izraza za duljinu staze dobije se:

$\frac{9}{10} v_I T = \frac{7}{8} v_M T \quad \Rightarrow \quad \frac{v_I}{v_M} = \frac{7}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{35}{36}$. **(1 bod)**

$v(t)$ graf je:



(2 boda)

Na grafu se može vidjeti da u posljednje 3/4 vremena Marica prijeđe veći put od Ivice i to za:

$$\Delta s = \frac{1}{36} v_M \frac{3}{4} T = \frac{1}{36}\frac{3}{4}\frac{8}{7} s = \frac{1}{42} s. \textbf{(1 bod)}$$

S obzirom da Ivica i Marica istovremeno ulaze u cilj, u trenutku $t = T/4$ Ivica je u prednosti za $s/42$.**(1 bod)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Sa slike se može vidjeti da Valentino za $\Delta t_1 = 1\,\text{min}$ prijeđe 180 m. Prema tome, vrijedi:

$$(v_V + v_0)\Delta t_1 = 180\,\text{m}. \textbf{(2 boda)}$$

Također, sa slike se može vidjeti da Renato za $\Delta t_2 = 100\,\text{s}$ prijeđe 100 m. Prema tome, vrijedi:

$$(v_R - v_0)\Delta t_2 = 100\,\text{m}. \textbf{(2 boda)}$$

Također za gibanje pretposljednje loptice ispuštene u rijeku vrijedi:

$$180\,\text{m} - v_0\Delta t_1 = v_R\Delta t_2. \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem $v_R\Delta t_2 = v_0\Delta t_2 + 100\,\text{m}$ dobije se

$$180\,\text{m} - v_0\Delta t_1 = v_0\Delta t_2 + 100\,\text{m} \;\Rightarrow\; v_0(\Delta t_1 + \Delta t_2) = 80\,\text{m} \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{80\,\text{m}}{160\,\text{s}} = 0.5\,\text{m/s}. \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem brzine rijeke v_0 u prve dvije jednadžbe dobiju se brzine Valentina i Renata u odnosu na rijeku:

$$v_V = \frac{180\,\text{m}}{\Delta t_1} - v_0 = 2.5\,\text{m/s}. \textbf{(1 bod)}$$

$$v_R = \frac{100\,\text{m}}{\Delta t_2} + v_0 = 1.5\,\text{m/s}. \textbf{(1 bod)}$$

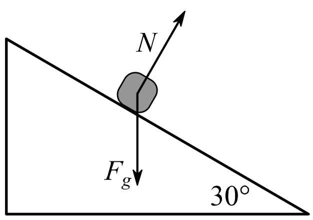
Alternativno, brzina rijeke može se izračunati iz ukupnog puta, koji prva ispuštena loptica prijeđe prije vađenja iz rijeke, i ukupnog vremena koje je proteklo od njezinog ispuštanja do vađenja iz rijeke:

$$v_0 = \frac{320\,\text{m}}{4\cdot 60\,\text{s} + 4\cdot 100\,\text{s}} = \frac{320\,\text{m}}{640\,\text{s}} = 0.5\,\text{m/s}.$$

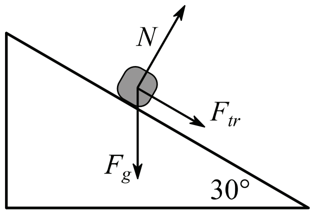
Udaljenost Valentina i Renata u trenutku, kada Renato pokupi posljednju lopticu iz rijeke, jednaka je:

$$\Delta s = 720\,\text{m} + (v_V + v_0)\cdot 4\Delta t_2 - 320\,\text{m} = 1600\,\text{m}. \textbf{(2 boda)}$$

Zadatak 3 (12bodova)



Ako nema trenja na kosini, na malo tijelo djeluju težina i reakcija podloge. Primjenom 2. Newtonovog zakona slijedi da je ubrzanje malog tijela na kosini $a_0 = \frac{1}{2} g$ u smjeru niz kosinu, neovisno o smjeru gibanja malog tijela (uz ili niz kosinu). Vrijeme gibanja uz kosinu i niz kosinu jednako je i dano izrazom $t = \frac{v_0}{a_0}$. Prema tome, na kosini postoji trenje.**(1 bod)**



Kada se malo tijelo giba uz kosinu, na njega djeluju sile prikazane na slici.
Primjenom 2. Newtonovog zakona za smjer niz kosinu i okomito na kosinu dobivaju se jednadžbe:

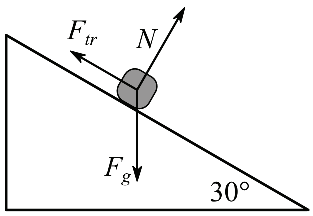
$$ma_1 = \frac{1}{2}mg + F_{tr}, \textbf{(1 bod)}$$

$$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg. \textbf{(1 bod)}$$

Uzimanjem u obzir da je sila trenja jednaka umnošku koeficijenta trenja i reakcije podloge $F_{tr} = \mu N,$ za ubrzanje tijela prilikom gibanja uz kosinu dobije se:

$$a_1 = \frac{1}{2}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)g. \textbf{(1 bod)}$$

Kada se malo tijelo giba niz kosinu, na njega djeluju sile:



Primjenom 2. Newtonovog zakona za smjer niz kosinu i okomito na kosinu dobivaju se jednadžbe:

$$ma_2 = \frac{1}{2}mg - F_{tr}, \textbf{(1 bod)}$$

$$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg.$$

Slijedi da je ubrzanje tijela prilikom gibanja niz kosinu jednako:

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)g. \textbf{(1 bod)}$$

Put, koji malo tijelo prijeđe uz i niz kosinu, je jednak:

$$s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = s_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2. \textbf{(1 bod)}$$

Također vrijedi:

$$0 = v_0 - a_1 t_1 \quad \Rightarrow \quad v_0 = a_1 t_1.$$

Uvrštavanjem druge jednadžbe u prvu dobije se:

$$a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1 - \mu\sqrt{3}}{1 + \mu\sqrt{3}},$$

$$\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = 1 - \mu\sqrt{3},$$

$$\mu\sqrt{3}\left(1 + \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2\right) = 1 - \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{1 - \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2}{\sqrt{3}\left(1 + \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2\right)} = \frac{1 - \frac{4}{9}}{\sqrt{3}\left(1 + \frac{4}{9}\right)} = \frac{5}{13\sqrt{3}} = 0.222. \textbf{(3 boda)}$$

Traženu brzinu možemo izračunati koristeći prethodne jednadžbe:

$$v^2 = 2a_2 s = 2a_2 \frac{v_0^2}{2a_1} = v_0^2 \frac{a_2}{a_1} = v_0^2 \frac{1 - \mu\sqrt{3}}{1 + \mu\sqrt{3}} = v_0^2 \frac{1 - \frac{5}{13\sqrt{3}}\sqrt{3}}{1 + \frac{5}{13\sqrt{3}}\sqrt{3}} = v_0^2 \frac{\frac{8}{13}}{\frac{18}{13}} = v_0^2 \frac{4}{9}. \textbf{(1 bod)}$$

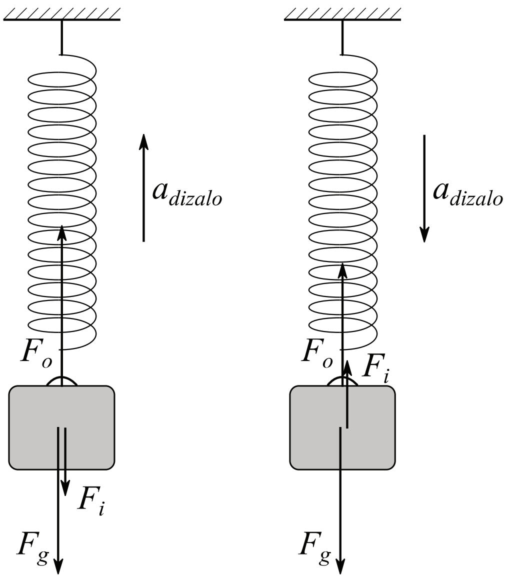
$$v = \frac{2}{3}v_0. \textbf{(1 bod)}$$

Alternativno, traženu brzinu možemo izračunati primjenom zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+2W_{tr}=\frac{1}{2}mv^2+2\mu\frac{\sqrt{3}}{2}mgs=\frac{1}{2}mv^2+\mu\sqrt{3}mg\frac{v_0^2}{2a_1}=\frac{1}{2}mv^2+\mu\sqrt{3}mg\frac{2v_0^2}{2\left(1+\mu\sqrt{3}\right)g},$$

$$v_0^2=v^2+\mu\sqrt{3}\frac{2v_0^2}{1+\mu\sqrt{3}}=v^2+\frac{5}{13\sqrt{3}}\sqrt{3}\frac{2}{1+\frac{5}{13\sqrt{3}}\sqrt{3}}v_0^2=v^2+\frac{5}{13}\frac{26}{18}v_0^2=v^2+\frac{5}{9}v_0^2\quad\Rightarrow\quad v=\frac{2}{3}v_0.$$

Zadatak 4 (9bodova)



Kada dizalo ubrzava prema gore, na uteg djeluju sile prikazane na slici lijevo, a budući da uteg miruje u ravnotežnom položaju, njihov zbroj jednak je nuli:

$F_{o,gore}=k\left(x_{gore}-x_0\right)=mg+ma_{dizalo}$. **(1 bod)**

Kada dizalo ubrzava prema dolje, na uteg djeluju sile prikazane na slici desno, a budući da uteg miruje u ravnotežnom položaju, njihov zbroj jednak je nuli:

$F_{o,dolje}=k\left(x_{dolje}-x_0\right)=mg-ma_{dizalo}$. **(1 bod)**

Iz prethodnih jednadžbi može se zaključiti da je sila opruge veća kada je ubrzanje dizala prema gore pa je prema tome i duljina opruge u tom slučaju veća, odnosno x_{gore}= 26 cm, a x_{dolje} = 24 cm. Iz uvjeta zadatka slijedi da se dizalo spušta. **(1 bod)**

Prijeđeni put dizala za vrijeme ubrzavanja/kočenja jednak je:

$$s=\frac{v^2}{2a_{dizalo}}\quad\Rightarrow\quad a_{dizalo}=\frac{v^2}{2s}=\frac{\left(2\ \mathrm{m/s}\right)^2}{2\cdot 1.6\ \mathrm{m}}=1.25\ \mathrm{m/s^2}.$$ **(1 bod)**

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve dobije se:

$k\left(x_{gore}-x_{dolje}\right)=2ma_{dizalo}$.

Slijedi da je konstanta elastičnosti opruge jednaka:

$$k=\frac{2ma_{dizalo}}{x_{gore}-x_{dolje}}=\frac{2\cdot 2\ \mathrm{kg}\cdot 1.25\ \mathrm{m/s^2}}{\left(0.26-0.24\right)\mathrm{m}}=250\ \mathrm{N/m}.$$ **(2 boda)**

Zbrajanjem prve i druge jednadžbe dobije se:

$k\left(x_{gore}+x_{dolje}-2x_0\right)=2mg$.

Slijedi da je duljina nerastegnute opruge jednaka:

$$x_0=\frac{x_{gore}+x_{dolje}}{2}-\frac{mg}{k}=0.17\ \mathrm{m}=17\ \mathrm{cm}.$$ **(1 bod)**

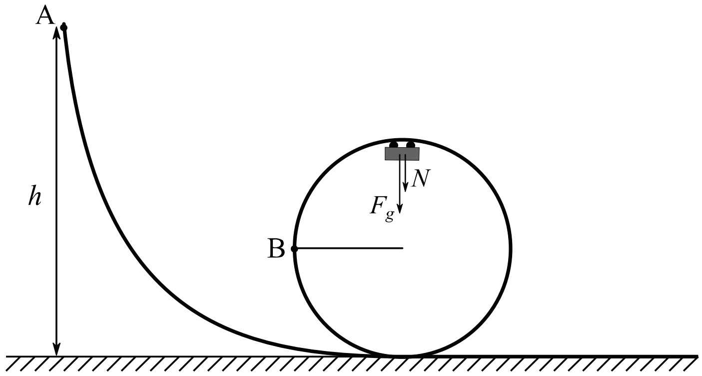
Kada se dizalo giba stalnom brzinom, vrijedi:

$F_{o,jednoliko}=k\left(x_{jednoliko}-x_0\right)=mg$. **(1 bod)**

Slijedi da je duljina opruge za vrijeme jednolikog gibanja dizala jednaka:

$$x_{jednoliko}=x_0+\frac{mg}{k}=0.25\ \mathrm{m}=25\ \mathrm{cm}.$$ **(1 bod)**

Zadatak 5 (9bodova)



U najvišoj točki putanje na kolica djeluju dvije sile: gravitacijska sila Zemlje i sila podloge. Njihov zbroj jednak je ukupnoj sili na kolica tj. centripetalnoj sili:

$F_{cp} = m\dfrac{v^2}{R} = mg + N$. **(1 bod)**

Minimalna brzina kolicadobije se iz uvjeta$N = 0$.

$m\dfrac{v^2}{R} = mg \quad \Rightarrow \quad v^2 = Rg$. **(1 bod)**

Iz zakona očuvanja energije slijedi:

$mgh = mg2R + \dfrac{1}{2}mv^2 = 2mgR + \dfrac{1}{2}mgR = \dfrac{5}{2}mgR$. **(1 bod)**

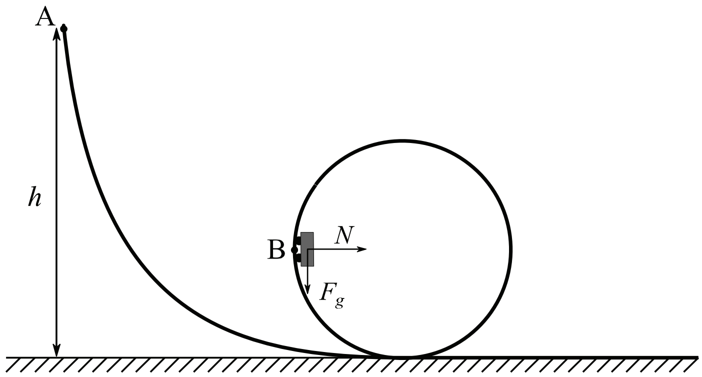
Slijedi da je minimalna visina h jednaka:

$h = \dfrac{5}{2}R = 50\,\text{m}$. **(1 bod)**

Brzinu u točki B dobijemo iz zakona očuvanja energije:

$mgh = mgR + \dfrac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = 2g(h-R) = 2g\left(\dfrac{5}{2}R - R\right) = 3gR.$

$v_B = \sqrt{3gR} = 24.3\,\text{m/s}$. **(1 bod)**



U točki B u vertikalnom smjeru na kolica djeluje samo gravitacijska sila Zemlje pa je tangencijalno ubrzanje jednako:

$ma_t = mg \quad \Rightarrow \quad a_t = g$. **(1 bod)**

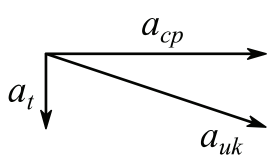
U točki B u smjeru prema središtu vrtnje djeluje samo reakcija podloge koja je jednaka centripetalnoj sili tj. daje centripetalno ubrzanje:

$a_{cp} = \dfrac{v_B^2}{R}$. **(1 bod)**

Uvrštavanjemv_B za centripetalno ubrzanje dobije se:

$a_{cp} = \dfrac{3gR}{R} = 3g$. **(1 bod)**

Ukupno ubrzanje jednako je vektorskom zbroju tangencijalnog i centripetalnog ubrzanja:

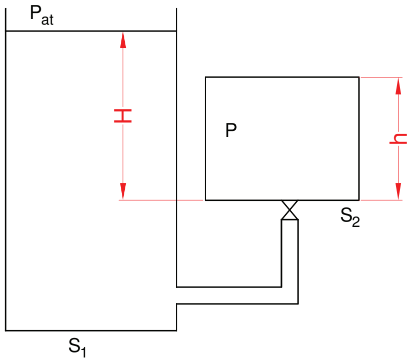


$a_{uk} = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{g^2 + 9g^2} = \sqrt{10}g = 31.0\,\text{m/s}^2$. **(1 bod)**

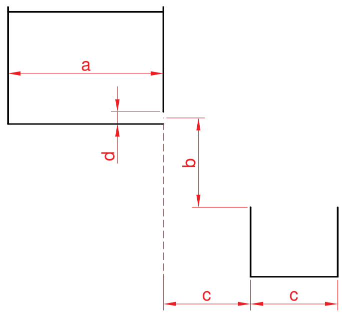
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2013.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (10 bodova)
Dva cilindrična spremnika povezana su cjevovodom s ventilom (Slika 1). Početno je ventil zatvoren, a desni spremnik potpuno je ispunjen zrakom pri tlaku $p = 0.5 \cdot 10^5$ Pa. Lijevi spremnik je otvoren i u njemu se nalazi voda. Odredite visinu do koje će se napuniti desni spremnik vodom ako se ventil otvori. Pretpostavite da je zrak idealni plin i da je stlačivanje u desnom spremniku izotermno. Atmosferski tlak je 10^5 Pa, gustoća vode je 1000 kg/m^3, površina baze lijevog spremnika je S_1 = 1 m^2, a desnog S_2 = 2 m^2, H = 2.7 m, h = 1.4 m



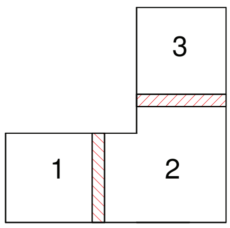
Slika 1



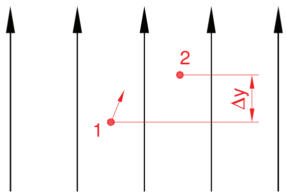
Slika 2

2. zadatak (9 bodova)
Velika otvorena cilindrična posuda promjera a =1 m i visine 2a napunjena je do vrha vodom (Slika 2). Izračunajte volumen vode u maloj posudi oblika kocke stranice c = 0.8 m nakon što se velika posuda isprazni kroz mali bočni otvor na dnu promjera d << a. Početno je mala posuda prazna i zadano je b = 2 m.

3. zadatak (10 bodova)
Zatvorena posuda (Slika 3) podijeljena je vertikalnim i horizontalnim klipom na tri dijela čiji se volumeni odnose V_1:V_2:V_3=1:2:1 i ispunjeni su idealnim plinom. Klipovi su početno učvršćeni. Temperature i tlakovi su redom: p_1 i T_1, p_2 i T_2 te p_3 i T_3. Nakon što se klipovima omogući da se slobodno gibaju bez trenja izrazite tlak u svakom dijelu posude preko p_1, p_2, p_3, T_1, T_2, T_3 i T ako je konačna temperatura u sva tri dijela T. Klipovi su jednaki i poznato je da je kvocijent težine i površine svakog klipa jednak petini konačnog tlaka u dijelu 1.



Slika 3



Slika 4

4. zadatak (9 bodova)
Elektron se giba u homogenom električnom polju jakosti 1000 V/m i smjera vertikalno prema gore. Na slici 4 prikazan je trenutni položaj elektrona (točka 1) i smjer njegove brzine. Iznos brzine elektrona u tom trenutku je 10^6 m/s

a) Izračunajte brzinu (i iznos i smjer) elektrona u točki 2, ako je to najviša točka njegove putanje. Gravitaciju možete zanemariti.
b) Kada bi elektron bio učvršćen u točki 1 gdje bi električno polje bilo nula?

Masa elektrona je $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}$, Δy = 0.1 mm

5. zadatak (12 bodova)

Tri kondenzatora spojenih u seriju nabijeno je spajanjem na napon U. Nakon toga baterija se odspoji, a kondenzatori prespoje paralelno. Kolika je promjena ukupne energije spoja kondenzatora ako su:

a) Svi kondenzatori jednakog kapaciteta C
b) Kapaciteti kondenzatora su C, $C/2$ i $C/3$

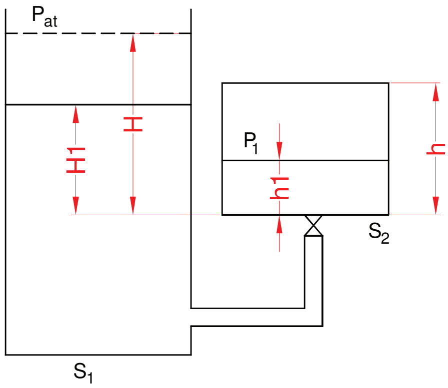
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 27. veljače 2013.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak (10 bodova)

$p = 0.5\cdot10^5$ Pa, $p_{at} = 10^5$ Pa, $\rho = 1000$ kg/m^3, $S_1 = 1$ m^2, $S_2 = 2$ m^2, $H = 2.7$ m, $h = 1.4$ m, $g = 9.81\ \text{m/s}^2$



Budući da je $p < p_{at}$, voda će početi puniti desni spremnik. Punjenje prestaje kada vrijedi:

$$p_{at} + H_1 g\rho = p_1 + h_1 g\rho \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Volumen vode koji je istekao iz lijevog spremnika jednak je volumenu vode koji je ušao u desni spremnik:

$$S_1(H - H_1) = S_2 h_1 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Za izotermno stlačivanje zraka vrijedi:

$$pS_2 h = p_1 S_2 (h - h_1) \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Rješavanjem gornje tri jednadžbe dobiva se kvadratna jednadžba za h_1:

$$g\rho\left(\frac{S_2}{S_1}+1\right)h_1^2 - \left[p_{at} + g\rho H + g\rho h\left(1+\frac{S_2}{S_1}\right)\right]h_1 + (hp_{at} + g\rho hH - ph) = 0 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Kvadratna jednadžba ima dva rješenja (4.965 m i 0.733 m) od kojeg fizikalnog smisla ima samo jedno:

$$h_1 = 0.733\,\text{m} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Napomena: ako se koristi $g = 10\ \text{m/s}^2$, rješenja kvadratne jednadžbe su 4.900 m i 0.733 m.

2. zadatak (9 bodova)

$a = 1$ m, $b = 2$ m, $c = 0.8$ m

Brzina istjecanja vode ovisi o razini vode h u velikoj posudi. Primjenom Bernoullijeve jednadžbi na površinu vode u velikoj posudi i mali otvor dobiva se

$$\frac{\rho v_o^2}{2} + p_{at} + hg\rho = \frac{\rho v^2}{2} + p_{at} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Zbog $a >> d$ možemo zanemariti v_o pa je brzina istjecanja

(*) $$v^2 = 2gh \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Maksimalna i minimalna brzina za koje voda „ulazi" u malu posudu dobiva se preko relacija za horizontalni hitac:

$$b = \frac{g}{2}t^2 \text{ i } D = vt$$

pa je maksimalna (vrijedi $D = 2c$):

$$v_2 = \frac{2c}{\sqrt{2b/g}} = \sqrt{\frac{2c^2 g}{b}} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Na temelju relacije (*) odgovarajuća visina je

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{c^2}{b} = 0.32\,\text{m} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Primjenom $D = c$ minimalna brzina potrebna da voda „uđe" u malu posudu je

$$v_1 = \frac{c}{\sqrt{2b/g}} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Odgovarajuća visina je $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{c^2}{4b} = 0.08\,\text{m}$ **(1 bod)**

Konačni volumen vode u maloj posudi je

$$V = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi \cdot (h_2 - h_1) \qquad \textbf{(2 boda)}$$

$$V = 0.1885\,\text{m}^3 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

3. zadatak (10 bodova)

Za *i*-ti dio posude konačni tlak i volumen označit ćemo s $p_i^{'}$ i $V_i^{'}$. *M* je masa klipa, a *S* površina.

U konačnom stanju mora vrijediti:

$$p_1^{'} = p_2^{'} \equiv p \qquad \textbf{(2 boda)}$$

$$p_2^{'} = p_3^{'} + Mg/S = p_3^{'} + \frac{p_1^{'}}{5} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Ukupni volumen plina je nepromijenjen, pa vrijedi:

(*) $V_1^{'} + V_2^{'} + V_3^{'} = V_1 + V_2 + V_3 = V$ **(1 bod)**

Prema jednadžbi stanja idealnog plina za plin u *i*-tom dijelu posude vrijedi:

$$\frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{p_i^{'} V_i^{'}}{T}$$

pa se, uzevši u obzir da je $V_1 = V_3 = V/4$, $V_2 = V/2$ i $p_3^{'} = 4p/5$ dobiva:

$$V_1^{'} = \frac{p_1 VT}{4T_1 p},\; V_2^{'} = \frac{p_2 VT}{2T_2 p},\; V_3^{'} = \frac{p_3 VT}{4T_3(4p/5)} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Izrazi za volumene uvrste se u (*), pa se za konačni tlak u dijelovima 1 i 2 dobiva:

$$p = T\left(\frac{p_1}{4T_1} + \frac{p_2}{2T_2} + \frac{5p_3}{16T_3}\right)$$ **(2 boda)**

Konačni tlak u dijelu 3 je $p_3^{'} = T\left(\frac{p_1}{4T_1} + \frac{p_2}{2T_2} + \frac{5p_3}{16T_3}\right)\frac{4}{5} = T\left(\frac{p_1}{5T_1} + \frac{2p_2}{5T_2} + \frac{p_3}{4T_3}\right)$ **(1 bod)**

4. zadatak (9 bodova)

a) Brzinu u točki 2 izračunat ćemo pomoću zakona očuvanja energije (gravitacijsku potencijalnu energiju možemo zanemariti):

$$\frac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1 = \frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2$$ (**2 boda)**

Budući da se negativni naboj (*q* = -*e*) giba iz točke višeg u točku nižeg potencijala vrijedi:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = q(\varphi_2 - \varphi_1) = -e(-E\Delta y)$$ (**2 boda)**

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2eE\Delta y}{m}} = 982\ 260\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

Vektor brzine je okomit na silnice električnog polja i u točki 2 na slici ima smjer prema desno (→) **(1 bod)**

b) Električno polje elektrona poništava vanjsko električno polje u točki koja se nalazi **iznad elektrona (1 bod)** i od njega je udaljena za d:

$$k\frac{e}{d^2} = E$$ **(1 bod)**

$$d = \sqrt{ke/E} = 1.2\mu\text{m}$$ **(1 bod)**

5. zadatak (12 bodova)

a) Kapacitet serijskog spoja kondenzatora je:

$$\frac{1}{C_{ser}} = \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{C_i}, \text{ tj. } C_{ser} = \frac{C}{3}$$ **(1 bod)**

Energija tako spojenih kondenzatora:

$$E_{ser} = \frac{C_{ser}U^2}{2} = \frac{CU^2}{6}$$ **(1 bod)**

Kapacitet paralelnog spoja kondenzatora je:

$$C_{par} = \sum_{i=1}^{3} C_i, \text{ pa je } C_{par} = 3C$$ **(1 bod)**

Paralelno spojeni kondenzatori su na naponu $\frac{U}{3}$, **(1 bod)**

pa se ukupna energija nije promijenila:

$$E_{par} = \frac{C_{par}(U/3)^2}{2} = \frac{3CU^2}{2\cdot 3^2} = \frac{CU^2}{6}$$ **(1 bod)**

b) Za serijski spoj kondenzatora vrijedi

$$C_{ser} = \frac{C}{6}$$ **(1 bod)**

Energija tako spojenih kondenzatora:

$$E_{ser} = \frac{C_{ser}U^2}{2} = \frac{CU^2}{12}$$

Kapacitet paralelnog spoja kondenzatora je:

$$C_{par} = \frac{11}{6}C$$ **(1 bod)**

Budući da su kondenzatori različiti, nakon što ih spojimo paralelno doći će do preraspodjele naboja tako da svi budu na naponu $\frac{3Q}{C_{par}}$ pri čemu je Q naboj na svakom kondenzatoru nakon što se odspoje od baterije $Q = UC_{ser} = U\frac{C}{6}$, pa su paralelno spojeni kondenzatori na naponu $\frac{3UC/6}{11C/6} = \frac{3U}{11}$ **(3 boda)**

$$E_{par} = \frac{C_{par}(3U/11)^2}{2} = \frac{11C9U^2}{12 \cdot 11 \cdot 11} = \frac{3CU^2}{44}$$ **(1 bod)**

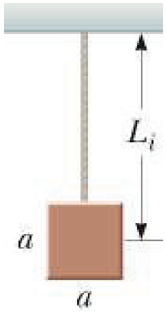
Prema tome, energija se smanjila za:

$$E_{ser} - E_{par} = \frac{CU^2}{12} - \frac{3CU^2}{44} = \frac{CU^2}{66}$$ **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2012/13
Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (10 bodova)

Lagana kockasta posuda volumena a^3 napunjena je vodom. Obješena je za strop laganim neelastičnom užetom i time čini matematičko njihalo duljine L_i, mjereno od središta mase napunjene posude (slika). Vrijedi $L_i >> a$. Njihalo oscilira jednostavnim harmonijskim gibanjem. U nekom trenutku $t_i = 0$ voda počinje vrlo polako istjecati (kapati) kroz rupu u središtu dna posude brzinom $\Delta M / \Delta t$ gdje je M masa vode. Gustoća vode je poznata.



(a) Odredite period njihala $T(t)$ kao funkciju vremena.
(b) Skicirajte ovisnost $T(t)$ za vremenski interval od t_i do trenutka nešto prije momenta kada je sva voda iscurila iz posude.

Zadatak 2. (10 bodova)

Astronomi opažaju izvor radio valova frekvencije 60 MHz izravno i pomoću refleksije od mora. Ukoliko se prijemnik nalazi 20 m iznad razine mora, koji je kut izvora radio valova iznad horizonta za prvi maksimum?

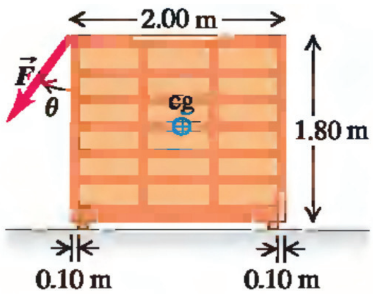
Zadatak 3. (10 bodova)

Betatron ubrzava elektrone pomoću elektromagnetske indukcije. Elektroni se u vakuumskog komori kreću po kružnoj putanji zbog djelovanja magnetskog polja koje je okomito na orbitalnu ravninu. Magnetsko polje polako se pojačava da bi se po orbiti induciralo električno polje. Relativistički efekti ne uzimaju se u obzir.

(a) Pokažite da je smjer električnog polja takav da se elektroni ubrzavaju.
(b) Pretpostavite da je polumjer orbite konstantan. Da li je magnetsko polje jednoliko u cijelom području koje orbita zatvara. Dokažite. (**Uputa: magnetski tok je umnožak površine i prosječnog magnetskog polja koje prolazi kroz površinu. Promatrajte promjene veličina u vremenu.**)

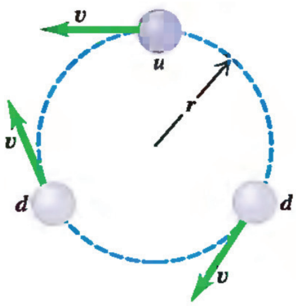
Zadatak 4. (10 bodova)

Polica za knjige, težine 1500 N, miruje na horizontalnoj podlozi za koju je koeficijent statičkog trenja $\mu_s = 0.4$. Polica je visoka 1.8 m i široka 2 m, a centar mase (c_g) nalazi se u geometrijskom centru. Polica stoji na 4 kratke noge, od kojih se svaka nalazi 0.1 m od ruba police. Čovjek vuče uže koje je pričvršćeno za gornji kut police silom $\vec{F}$ koja zatvara kut θ s policom (slika).



(a) ukoliko je θ =90º, tj. $\vec{F}$ je horizontalan, pokažite da će kako sila raste od 0 N polica prije početi klizati nego se počne prevrtati i izračunajte iznos sile za koji će početi klizanje.
(b) Ukoliko je θ = 0º, odnosno $\vec{F}$ je vertikalan, pokažite da će se polica prevrnuti umjesto klizati, i izračunajte iznos sile za koji se polica počinje prevrtati.
(c) Izračunajte iznos sile, kao funkciju kuta θ, za koju počinje klizanje police i iznos za koji počinje prevrtanje. Koja je najmanja vrijednost kuta θ za koji će polica početi klizati prije nego što se počne prevrtati.

Zadatak 5. (10 bodova)



Neutron je čestica s električnim nabojem 0. No, ona posjeduje magnetski moment različit od 0, čija je komponenta z jednaka $\mu_z = 9.66 \times 10^{-27} \mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$. Ovo se može objasniti unutrašnjom strukturom neutrona. Neutron se sastoji od tri fundamentalne čestice koje se zovu *kvarkovi*: jedan «up» (u) kvark, naboja $+2e/3$, i dva «down» (d) kvarka, svaki naboja $-e/3$. Kombinacija tri kvarka čini ukupan naboj $+2e/3 - e/3 - e/3 = 0$. Ukoliko se kvarkovi gibaju, mogu proizvesti magnetski moment različit od nule. U vrlo jednostavnom modelu, pretpostavite da se *u* kvark giba po kružnici u smjeru suprotnom kazaljci na satu, a *d* kvarkovi se kreću također po kružnici ali u smjeru kazaljke na satu. Polumjer kružnice je *r* a brzina sva tri kvarka je *v* (slika).

(a) Izračunajte električnu struju uslijed gibanja *u* kvarka pomoću zadanih veličina (*e, v, r*).
(b) Izračunajte iznos magnetskog momenta uslijed kruženja *u* kvarka.
(c) Izračunajte iznos magnetskog momenta sustava koji čine ova tri kvarka.
(d) Kolikom brzinom *v* se moraju kretati u ovom modelu da bi se postigao magnetski moment neutrona? Koristite $r = 1.2 \times 10^{-15}\mathrm{m}$ (polumjer neutrona) za polumjer orbite.

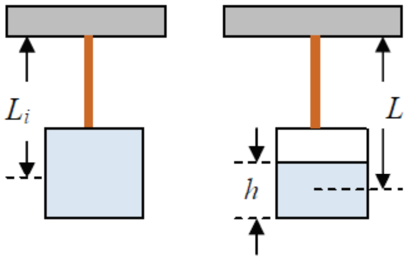
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2012/13
Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1. (10 bodova)

(a) U trenutku $t = 0$, period jednostavnog matematičkog njihala je $T_i = 2\pi\sqrt{\frac{L_i}{g}}$.

U trenutku t, period se promijenio u $T = 2\pi\sqrt{\frac{L(t)}{g}}$. **[2 boda]**

Potrebno je odrediti funkciju $L(t)$, gdje je L udaljenost od vrha užeta do središta mase posude.



L se povećava brzinom:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta h}{\Delta t} = -\frac{1}{2a^2}\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{2\rho a^2}\frac{\Delta M}{\Delta t},$$ **[2 boda]**

Gdje je h prikazan na slici. V je trenutan volumen vode u posudi; i ρ je gustoća vode. Budući da voda izlazi iz posude, vrijednost $\Delta M/\Delta t$ je negativna.

Iz prethodne relacije dobivamo: $L(t) - L_i = -\frac{1}{2\rho a^2}\frac{\Delta M}{\Delta t}t.$ **[2 boda]**

Uvrštavanjem ovog izraza u izraz za period proizlazi:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{L_i - \frac{1}{2\rho a^2}\frac{\Delta M}{\Delta t}t} \quad (\text{za } \Delta M/\Delta t < 0).$$ **[2 boda]**

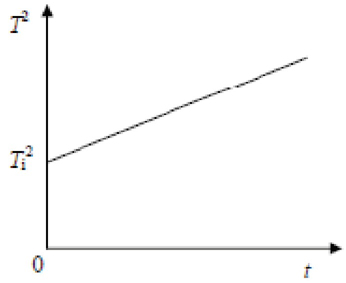
(b) Izraz za period možemo napisati kao:

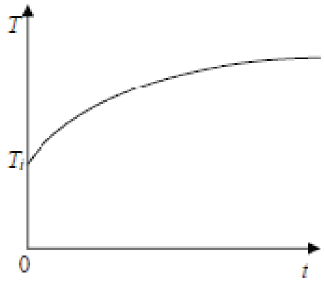
$$T = \sqrt{T_i^2 - \frac{2\pi^2}{\rho a^2 g}\frac{\Delta M}{\Delta t}t} = \sqrt{T_i^2 + Ct},$$

Gdje je C pozitivna konstanta, $C = -\frac{2\pi^2}{\rho a^2 g}\frac{\Delta M}{\Delta t}$.

Graf se može skicirati na dva načina: 1 – crtanjem grafa ovisnosti T^2 o t, što će biti pravac nagiba C, ili 2 – crtanjem grafa $T(t)$ vodeći računa o tome da je $t(T)$ parabola.

Priznati oba rješenja.



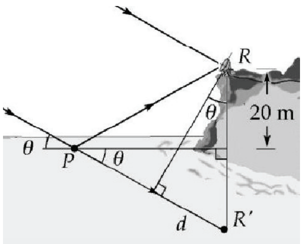


[2 boda]

Zadatak 2. (10 bodova)

Jedan radio val dolazi do prijemnika R izravno iz dalekog izvora koji se nalazi na kutu θ iznad horizonta. Kod drugog vala dolazi do promjene faze prilikom refleksije na vodi u točki P.

[1 bod]



Do konstruktivne interferencije prvi puta dolazi kada je razlika putova: $d = \dfrac{\lambda}{2}$.

[1 bod]

Udaljenost od P do R jednaka je udaljenosti od P do R'; gdje je R' zrcalna slika teleskopa.

[2 boda]

Kutovi θ na slici jednaki su budući da svaki od njih čini dio pravokutnog trokuta sa zajedničkim kutom u R'.
[1 bod]

Prema tome je razlika puta: $d = 2(20\,\mathrm{m})\sin\theta = (40\,\mathrm{m})\sin\theta.$ **[1 bod]**

Valna duljina je $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3\times10^8\ \mathrm{m/s}}{6\times10^7\ \mathrm{Hz}} = 5\,\mathrm{m}.$ **[1 bod]**

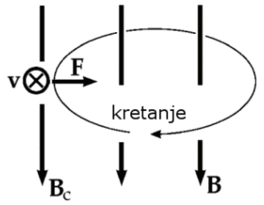
Uvrštavanjem d i λ u prvu jednadžbu: $(40\,\mathrm{m})\sin\theta = \dfrac{5\,\mathrm{m}}{2}.$ **[1 bod]**

Time se lako dolazi do traženog kuta: $\sin\theta = \dfrac{5}{80} = 0.0625 \Rightarrow \theta = 3.58°.$ **[2 boda]**

Zadatak 3. (10 bodova)

(a) Primijenimo pravilo desne ruke. Na skici je prikazano polje usmjereno prema dolje. Kada se elektron giba u smjeru od nas, sila koja djeluje na njega dana je vektorskim umnoškom $F = q\vec{v}\times\vec{B} = -e\vec{v}\times\vec{B}$ i rezultat je prikazan na slici. Dakle, elektroni kruže u smjeru kazaljke na satu ako se gleda odozgo. **[1 bod]**

Kako se magnetsko polje povećava, inducira se elektromotorna sila koja stvara struju takvu koja zatim proizvodi polje prema gore. Smjer ove struje je u smjeru suprotnom kazaljci na satu, i stvaraju ju negativni elektroni koji se gibaju u smjeru kazaljke na satu. Prema tome, dolazi do ubrzavanja elektrona. **[2 boda]**



(b) Na obodu je centripetalna sila jednaka $F_C = \frac{mv^2}{r} = |q| v B_c \sin 90°$ **[1 bod]**

Time dolazimo do ciklotronske jednadžbe za količinu gibanja elektrona $mv = |q| r B_c$, gdje je B_c magnetsko polje na obodu. Veličine m, q i r su konstantne, dok se magnetsko polje povećava u skladu sa zadanim problemom.

Budući da je promjenjivo magnetsko polje izvor tangencijalnog ubrzanja:

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = ma_t = |q| r \frac{\Delta B_c}{\Delta t}.$$ **[1 bod]**

Faradayev zakon kaže sljedeće:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta T} = -\left(\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}A\right) = -\pi r^2 \frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}.$$ **[1 bod]**

Ovdje je φ magnetski tok kroz krug koji opisuje trajektorija elektrona, a $\overline{B}$ je prosječno magnetsko polje unutar kruga.

Elektromotorna sila ε je razlika potencijala na krajevima vodiča duljine l, s električnim poljem E u unutrašnjosti. Za zatvorenu petlju vrijedi $\varepsilon = E \cdot 2r\pi.$ **[1 bod]**

Izjednačavanjem dolazimo do:

$$E_c 2r\pi = \pi r^2 \frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t} \Rightarrow \quad E_c = \frac{r}{2}\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}$$

Odnosno, $F_c = |q| E_c = |q| \frac{r}{2}\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}.$ **[1 bod]**

Došli smo do dva izraza za silu koja djeluje na elektron koji se nalazi na kružnoj orbiti na obodu:

$$|q| r \frac{\Delta B_c}{\Delta t} = |q| \frac{r}{2}\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}.$$

Očito je $2B_c = \overline{B}.$ **[1 bod]**

Da je magnetsko polje jednoliko, iznos prosječnog magnetskog polja bio jednak iznosu lokalnog polje u svakoj točki, pa i tako i na obodu. Dakle, možemo zaključiti da je magnetsko polje nije jednoliko u površini petlje koju opisuje trajektorija elektrona.

[1 bod]

Zadatak 4. (10 bodova)

Kada se polica nalazi u trenutku tek prije nego što počinje prevrtanje ona dodiruje pod samo svojom lijevim nogom i u ovoj točki djeluje okomita sila (sila podloge). Kada se polica nalazi u trenutku tek prije nego što počinje klizanje, statička sila postiže svoju maksimalnu vrijednost, $\mu_s n$.

(a) Pogledajmo zakretne momente oko lijevog ruba lijeve noge, polica će se prevrnuti kada je $F = \frac{(1500\,N)(0.9\,m)}{1.8\,m} = 750\,N$, a klizat će se kada je $F = (\mu_s)(1500\,N) = 600\,N$. Prema tome očito je da će polica početi klizati prije nego se prevrne. **[2 boda]**

(b) Ukoliko je F vertikalno, ne postoji rezultantna horizontalna sila i polica neće klizati. Uzevši u obzir zakretne momente oko lijevog brida lijeve noge, sila potrebna da bi se polica prevrnula je $\frac{(1500\,N)(0.9\,m)}{0.1\,m} = 13.5\,kN$. **[2 boda]**

(c) Da bi polica klizala, sila trenja je $f = \mu_s(mg + F\cos\theta)$

Izjednačimo li to s $F\sin\theta$ dolazimo do izraza za silu koja izaziva klizanje:

$F = \frac{mg\cdot\mu_s}{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}$. **[2 boda]**

Da bi polica počela prevrtanje, uvjet je da je okomita sila na desnu nogu jednaka 0.

Računajući momente oko lijeve noge:

$$Fsin\theta(1.8\,m) + Fcos\theta(0.1\,m) = mg(0.9\,m)$$

Iz toga prozlazi (za prevrtanje) $F = \frac{mg}{(1/9)\cos\theta + 2\sin\theta}$. **[2 boda]**

Ukoliko izjednačimo te dvije sile možemo izračunati kut za koji će polica početi klizati prije nego što se počne prevrtati:

$\mu_s\left(\frac{1}{9}\cos\theta + 2\sin\theta\right) = \sin\theta - \mu_s\cos\theta$, odnosno

$\theta = \arctan\left(\frac{(10/9)\mu_s}{(1-2\mu_s)}\right) = 65.8°$ **[2 boda]**

Zadatak 5. (10 bodova)

Vrijedi sljedeće: struja $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, i magnetski moment $\mu = IA$, gdje je A površina kružnice koju opisuju kvarkovi.

Smjer magnetskog momenta $\vec{\mu}$ dan je pravilom desne ruke. Struja I je u smjeru gibanja pozitivnog naboja i suprotno smjeru gibanjeva negativnog naboja. **[2 boda]**

(a) Struja je jednaka: $I_u = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_u v}{2\pi r} = \frac{ev}{3\pi r}$. **[2 boda]**

(b) $\mu_u = I_u A = \frac{ev}{3\pi r}\pi r^2 = \frac{evr}{3}$ **[2 boda]**

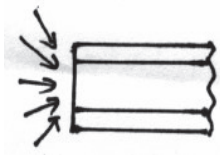
(c) Budući da postoje dva kvarka d, svaki s polovicom naboja kvarka u, vrijedi: $\mu_d = \mu_u = \frac{evr}{3}$.

Prema tome je ukupni magnetski moment: $\mu_{uk} = \frac{2evr}{3}$. **[2 boda]**

(d) $v = \frac{3\mu}{2er} = \frac{3(9.66\times10^{-27}\,\mathrm{Am^2})}{2(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(1.2\times10^{-15}\,\mathrm{m})} = 7.55\times10^7\,\mathrm{m/s}$. **[2 boda]**

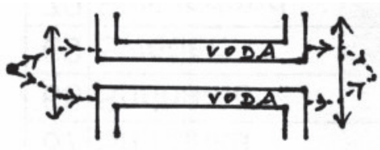
Županijsko natjecanje iz fizike 2013. - 4. grupa

1. zadatak (10 bodova)



Optičko vlakno valjkastog oblika načinjeno je od prozirnog materijala indeksa loma *n*. Oko njega je oklop indeksa loma 1,3. Promotrite širenje svjetlosti koja u vlakno ulazi iz zraka na okomito odrezanom ravnom kraju, i dalje se širi ne izlazeći u oklop. Koliki mora biti indeks loma unutrašnjeg materijala *n* da bi on vodio sve zrake bez obzira na njihov kut ulaska (od 0 do 90°)?

2. zadatak (10 bodova)



Dvije paralelne cijevi interferometra napunjene su vodom. Svjetlost valne duljine 589nm ulazi istovremeno u obje cijevi te nakon izlaska iz cijevi ove dvije zrake interferiraju. Kada voda u cijevima miruje, izlazna svjetlost je maksimalnog intenziteta. Kolikom brzinom treba protjecati voda u jednoj cijevi, dok u drugoj miruje, da bi dvije zrake na istom mjestu interferirale destruktivno? Indeks loma vode je 1,333. Duljina cijevi u kojoj se voda giba u smjeru širenja svjetlosti je 48cm. Za $x<<1$ iskoristite $(1+x)^{-1} \approx 1-x$.

3. zadatak (10 bodova)

a) Stanice fotoreceptora u mrežnici oka međusobno su udaljene 3µm. Izračunaj promjer zjenice koja će dati prvi minimum difrakcije udaljenog točkastog predmeta crvene boje (valne duljine 630nm) na mjestu koje je 3µm udaljeno od središnjeg maksimuma. Udaljenost zjenice do mrežnice je 2cm. Zanemarite lom svjetlosti u oku!

b) Kolika je najveća udaljenost automobila od opažača dobroga vida da bi on mogao reći jesu li oba svjetla automobila uključena? Noć je, automobil dolazi ravno prema opažaču, i svjetla su mu međusobno udaljena 1,3m. Zjenica je promjera 5mm. Izračunaj tu udaljenost za valne duljine svjetlosti 630nm (crvena) i 550nm (žuta). U ovom podzadatku ne obazirite se na konačnu udaljenost među fotoreceptorima, već ih smatrajte kontinuiranim detektorom.

4. zadatak (10 bodova)

Mnogo cijevnih fluorescentnih svjetiljaka poredano je u niz jedna iza druge po pravcu tako da se dobije kontinuiran linijski izvor svjetlosti. Svaka je cijev duljine 1m i zrači 10W svjetlosne snage. Koliki je srednji intenzitet svjetlosti (energija po jedinici površine i vremena) na udaljenosti 1m od osi svjetiljaka?

Koristeći se izrazima za gustoću energije sadržanu u električnom i magnetskom polju napiši izraz za intenzitet zračenja u ovisnosti o amplitudi električnog i magnetskog polja! Srednja vrijednost od $\sin^2 x$ i $\cos^2 x$ po periodu iznosi 1/2.

Kolike su amplitude električnog i magnetskog polja na udaljenosti 1m od osi svjetiljaka?

5. zadatak (10 bodova)

U kvantnoj žici elektronu je dopušteno slobodno gibanje samo u jednoj dimenziji i to samo duž puta ograničene duljine L (fizičari bi rekli da se čestica nalazi u jednodimenzionalnoj beskonačnoj potencijalnoj jami). Izvedite izraz za dopuštene vrijednosti energije elektrona uzimajući u obzir da se može ostvariti samo onakvo stanje za koje se cjelobrojni višekratnik polovine deBroglieve valne duljine poklapa sa L.

Takav jednostavan model uspješno opisuje energiju elektrona koji se nalazi u žici debljine nekoliko atoma i duljine nekoliko nanometara. Izračunajte najnižu energiju (osnovno stanje) koju može imati elektron, te energiju prvog pobuđenog i drugog pobuđenog stanja, ako je duljina žice 5nm. Koje su sve moguće valne duljine fotona koje bi emitirao elektron pri povratku iz drugog pobuđenog stanja u osnovno stanje?

Izvedi izraz za najnižu energiju elektrona u kvantnoj žici polazeći od Heisenbergova načela neodređenosti ($\Delta x \Delta p_x > h/2$). Potom račun proširi i na trodimenzionalni slučaj, to jest izračunaj najnižu energiju elektrona koji se slobodno giba u metalnom kvadru dimenzija $L_x \times L_y \times L_z$ = 2nm×3nm×5nm (pravokutna kvantna točka). Na posljetku, usporedbom s rješenjem s početka zadatka napišite izraz za sve dopuštene energije elektrona u takvom trodimenzionalnom sustavu!

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js

$c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

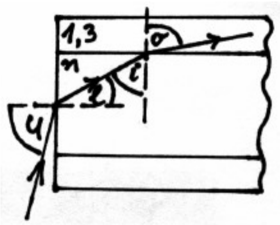
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m

$\mu_0 = 12{,}56 \cdot 10^{-7}$ Tm/A

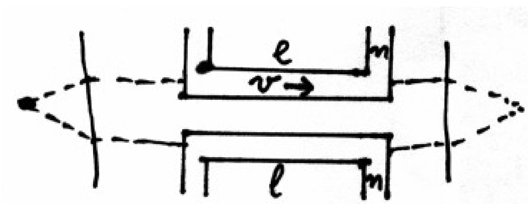
Županijsko natjecanje iz fizike 2013. - 4. grupa – rješenja i bodovanje

1. zadatak (10 bodova)



Slika. U trokutu je l+i=90°. **(2 b.)**
Za lom pri ulasku zrake u vlakno je $\sin u = n \sin l$. **(1 b.)**
Za lom pri prelasku iz vlakna u oklop vrijedilo bi $n \sin i = 1{,}3 \sin o$. **(1 b.)**
Granični kut za potpuno odbijanje zrake unutar vlakna dan je s $n \sin i = 1{,}3$, tj. o=90°. **(2 b.)**
Ako se pritom zrake koje upadaju pod kutom u=90° potpuno odbijaju, onda se odbijaju i za bilo koji manji kut u, pa je granični slučaj određen s $n \sin l = 1$. **(2 b.)**
Iz $n \cos i = 1$ i $n \sin i = 1{,}3$, nakon kvadriranja i zbrajanja dviju jednadžbi dobije se
$n=\sqrt{1+1{,}3^2}=1{,}64$. **(2 b.)**

2. zadatak (10 bodova)



Brzina svjetlosti u mirujućoj vodi je $c_1 = c/n$, a u vodi koja se giba brzinom v dobije se relativističkim zbrajanjem brzina:
$$c_2=\frac{c/n+v}{1+\frac{c/n\cdot v}{c^2}}$$. **(2 b.)**

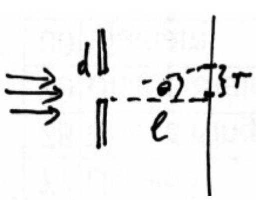
Razlika faza koje steknu zrake kroz dvije cijevi je
$\Delta\varphi=2\pi\left(\frac{l}{\lambda_1}-\frac{l}{\lambda_2}\right)=2\pi l f\left(1/c_1-1/c_2\right)$, gdje je f=c/λ konstantna frekvencija svjetlosti. **(3 b.)**

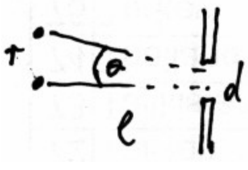
Uvrštavanjem dviju brzina svjetlosti, korištenjem izraza $\frac{1}{1+x}=1-x$ za x<<1 i zanemarujući $(v/c)^2$,

dobije se $\Delta\varphi=2\pi l f \frac{v}{c^2}\left(n^2-1\right)$. **(3 b.)**

Za destruktivnu interferenciju je $\Delta\varphi=\pi$ pa slijedi potrebna brzina vode $v=\frac{\lambda c}{2l\left(n^2-1\right)}$ =237m/s.
(2 b.)

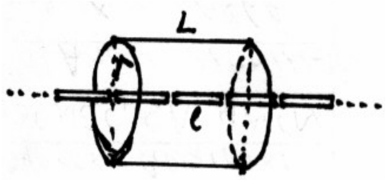
3. zadatak (10 bodova)





a) Za kružnu rupicu promjera d (zjenicu) minimum difrakcije javit će se pod kutom danim s $\sin\theta = 1{,}22\ \lambda/d$. **(2 b.)**
Iz međusobnog razmaka fotoreceptora r i njihove udaljenosti od zjenice l određen je kut s tg θ = r/l. **(1 b.)**
Za mali kut je $\sin\theta \approx \mathrm{tg}\ \theta \approx \theta$ i slijedi $d = 1{,}22\ \lambda\ l\ /\ r$ = 5,1mm. **(2 b.)**
b) Kružni će otvor razlikovati dva izvora ako maksimum jednog padne u minimum drugog, a to je ostvareno za $\sin\theta = 1{,}22\ \lambda/d$. **(2 b.)**
Iz međusobnog razmaka svjetala r i udaljenosti automobila l određen je kut s $\mathrm{tg}\ \theta = r/l$. **(1 b.)**
Slijedi $l = r\ d\ /\ 1{,}22\lambda$, što za crvena svjetla iznosi 8,46km, a za žuta 9,69km. **(2 b.)**

4. zadatak (10 bodova)



Izračena energija po jedinici duljine svjetlosne linije zbog očuvanja i osne simetrije mora biti jednaka energiji koja prođe kroz valjkastu plohu. **(1b.)** Za liniju duljine L na udaljenosti r od nje vrijedi $2r\pi LI=LP/l$, gdje je l duljina jedne žarulje. **(2 b.)**

Slijedi intenzitet $I=\dfrac{P}{2\pi r l}$ =1,59 Wm^{-2}. **(1 b.)**

Gustoće energije u električnom i magnetskom polju su $u_E=\dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ i $u_B=\dfrac{1}{2\mu_0}B^2$. **(1 b.)**

Zbog $E=E_0\sin\omega t$ i $B=B_0\sin\omega t$, ukupna usrednjena gustoća energije je $u=\dfrac{1}{4}\left(\varepsilon_0 E_0^2+\dfrac{B_0^2}{\mu_0}\right)$, gdje su E_0 i B_0 amplitude polja. Budući da val putuje brzinom c, energija koju prenosi u jedinici vremena Δt kroz jedinicu površine A iznosi $\dfrac{u\Delta V}{A\Delta t}=uc$, pa je intenzitet $I=uc=\dfrac{c}{4}\left(\varepsilon_0 E_0^2+\dfrac{B_0^2}{\mu_0}\right)$. **(2 b.)**

Veza $E_0=cB_0$ i $\dfrac{1}{c^2}=\varepsilon_0\mu_0$ daje $I=\dfrac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2=\dfrac{c}{2\mu_0}B_0^2=\dfrac{1}{2\mu_0}E_0B_0$. **(2 b.)**

Iz toga se dobije $E_0=\sqrt{\dfrac{2I}{c\varepsilon_0}}$ =34,6V/m i $B_0=\sqrt{\dfrac{2\mu_0 I}{c}}=\dfrac{E_0}{c}$ =0,115μT. **(1 b.)**

5. zadatak (10 bodova)

Energija čestice mase m je $E=p^2/(2m)$, gdje je p količina gibanja. Ostvarena su onakva gibanja za koja je $L=n\cdot\lambda/2$, gdje je n cijeli broj, L duljina žice, a $\lambda=h/p$ deBroglieva valna duljina. **(1 b.)**

Slijede dopuštene energije $E=\dfrac{n^2h^2}{8mL^2}=E_n$, n=1,2,3,... **(1 b.)**

Uz L=5nm, m=9,11·10^{-31}kg i h=6,626·10^{-34}Js dobije se:
energija osnovnog stanja (n=1) E_1=2,41·10^{-21}J=15meV
energija prvog pobuđenog stanja (n=2) E_2=9,64·10^{-21}J=60meV
energija drugog pobuđenog stanja (n=3) E_3=2,17·10^{-20}J=135meV **(1 b.)**
Povratak elektrona iz n=3 može biti direktno u n=1 pri čemu će emitirati foton valne duljine $\lambda_{31}=\dfrac{hc}{E_3-E_1}$ =10,3μm. No, povratak može biti i u dva koraka: iz n=3 u n=2 pa potom iz n=2 u n=1 pri čemu se emitira foton valne duljine $\lambda_{32}=\dfrac{hc}{E_3-E_2}$ = 16,5μm i $\lambda_{21}=\dfrac{hc}{E_2-E_1}$ =27,5μm. **(2 b.)**

Iz Heisenbergove relacije neodređenosti $\Delta x\Delta p_x\geq h/2$ pri ograničenju gibanja duž duljine L količina gibanja mora biti barem $h/2L$ da bi imala i toliku najmanju neodređenost. **(1 b.)**
Kinetička je energija tada $E=p^2/2m=h^2/(8mL)$, što je isto kao i preko deBroglieva stojnog vala. **(1 b.)**
Za tri dimenzije je $\Delta p_x\geq h/(2\Delta x)$, $\Delta p_y\geq h/(2\Delta y)$, $\Delta p_z\geq h/(2\Delta z)$, pa je najmanja kinetička energija $E=\dfrac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2m}=\dfrac{h^2}{8mL_x^2}+\dfrac{h^2}{8mL_y^2}+\dfrac{h^2}{8mL_z^2}$. Za zadani kvadar to iznosi 2,41·10^{-20}J=150meV. **(2 b.)**

Za svaki nezavisni smjer dolazi kvadrat cijelog broja pa je $E=\dfrac{h^2}{8m}\left(\dfrac{n_x^2}{L_x^2}+\dfrac{n_y^2}{L_y^2}+\dfrac{n_z^2}{L_z^2}\right)$. **(1 b.)**