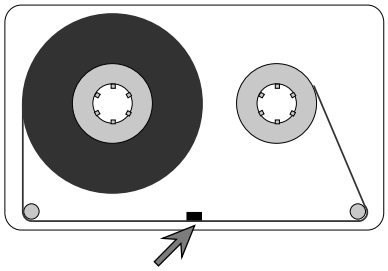
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2010/11 – 8. ožujka 2011.
Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)



Od početka 70-ih pa sve do kraja 90-ih godina prošlog stoljeća jedan od najpopularnijih načina za zapisivanje i reprodukciju zvuka bile se audio kazete. Kazeta se sastoji od dva kotačića na koje je namotana magnetska vrpca. Magnetska vrpca odmotava se s jednog kotačića i namotava na drugi tako da prolazi stalnom brzinom pored magnetske glave koja služi za čitanje zapisa na magnetskoj vrpci (položaj magnetske glave označen je strelicom na slici). U kazetama "C60" debljina magnetske vrpce iznosi 0.016 mm, a brzina, kojom vrpca prolazi pored magnetske glave, iznosi $1\frac{7}{8}$ inč/s (1 inč = 2.54 cm). Promjer kotačića na koji se namotava vrpca jednak je 2.2 cm. U početnom trenutku cijela magnetska vrpca namotana je na lijevi kotačić, a nakon 16 min polumjer magnetske vrpce smanji se za četvrtinu početnog polumjera.

a) Izračunajte duljinu magnetske vrpce.
b) Izračunajte vrijeme potrebno da se cijela vrpca odmota s jednog kotačića i namota na drugi.
c) Izračunajte omjer kutnih brzina lijevog i desnog kotačića u početnom trenutku kada je cijela vrpca namotana na lijevi kotačić.

Zadatak 2 (10 bodova)

Marko trči prema autobusu, koji stoji na stanici, stalnom brzinom 5 m/s. U trenutku kada se Marko nalazi 10.5 m od autobusa, autobus polazi sa stanice stalnim ubrzanjem 1 m/s^2.

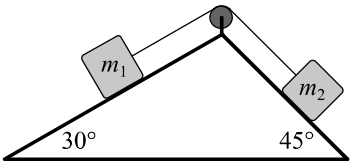
a) Koliko vremena nakon početka gibanja autobusa će Marko sustići autobus?
b) Izračunajte brzinu autobusa i udaljenost od stanice koju autobus prijeđe do trenutka kada Marko sustigne autobus.
c) Na istom grafu nacrtajte ovisnost pomaka Marka i pomaka autobusa o vremenu za prvih 10 s gibanja. Početni trenutak je trenutak u kojem autobus polazi sa stanice.
d) Postoji li više trenutaka u kojima se Marko i autobus nalaze na istom mjestu? Ako da, objasnite zašto postoji više takvih trenutaka.

Zadatak 3 (10 bodova)

Velki kvadar mase $m_1 = 10\,\text{kg}$ i duljine $l = 1\,\text{m}$ nalazi se na horizontalnoj podlozi po kojoj se može gibati bez trenja. Na desnom rubu velikog kvadra nalazi se mali kvadar mase $m_2 = 0.5\,\text{kg}$. Koeficijent trenja između malog i velikog kvadra iznosi $\mu = 0.2$. Ako veliki kvadar vučemo silom $F = 24\,\text{N}$, nakon koliko vremena će mali kvadar pasti s njega?

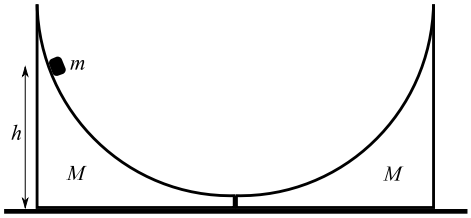
Zadatak 4 (10 bodova)

Dva tijela masa m_1 i m_2 povezana su nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase kao što je prikazano na slici. Omjer masa je $m_1 : m_2 = 1 : 2$. Koeficijent trenja između tijela i podloge je 0.1. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja oba tijela.



Zadatak 5 (10 bodova)

Dva klina jednakih masa M postavljena su jedan do drugoga na horizontalnu podlogu po kojoj mogu kliziti bez trenja. Kvadar mase m nalazi se na lijevom klinu na visini h iznad podloge. U početnom trenutku oba klina i kvadar miruju, a zatim kvadar počinje kliziti bez početne brzine. Kada dođe do dna lijevog klina, kvadar nesmetano prelazi na desni klin te se dalje giba po njemu. Trenje između kvadra i oba klina je zanemarivo. Omjer masa jednak je $m : M = 1 : 20$. Izračunajte omjer maksimalne visine na desnom klinu na koju će doći kvadar i početne visine h.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2010/11 – 8. ožujka 2011.
Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

U početnom trenutku površina namotane vrpce jednaka je

$P_1 = R^2\pi - r_0^2\pi$ (1 bod)

Gdje je R polumjer magnetske vrpce, a r_0 polumjer kotačića na koji je namotana vrpca.
Kada se polumjer smanji za četvrtinu početnog, površina je jednaka:

$P_2 = R_1^2\pi - r_0^2\pi$ (1 bod)

gdje je $R_1 = R - R/4 = 3R/4$. Razlika površina je:

$\Delta P = \frac{7}{16}R^2\pi = dvt_1$ (2 boda)

Gdje je d debljina vrpce, a t_1 vrijeme potrebno da se polumjer vrpce smanji za četvrtinu početnog. Iz prethodne jednadžbe možemo izračunati R:

$R = \sqrt{\frac{16}{7\pi}dvt_1} = 2.3\,\text{cm}$ (1 bod)

Za duljinu magnetske vrpce l vrijedi:

$P_1 = R^2\pi - r_0^2\pi = ld$ (1 bod)

$l = \frac{\left(R^2 - r_0^2\right)\pi}{d} = 80.1\,\text{m}$ (1 bod)

Vrijeme potrebno da se cijela vrpca premota jednako je:

$t = \frac{l}{v} = 28\,\text{min}$ (1 bod)

S obzirom da je brzina vrpce stalna, vrijedi jednakost:

$\omega_L R = \omega_D r_0$ (1 bod)

Prema tome, omjer kutnih brzina jednak je:

$\frac{\omega_L}{\omega_D} = \frac{r_0}{R} = \frac{1.1}{2.3} = 0.48$ (1 bod)

Zadatak 2 (10 bodova)

Ovisnost puta o vremenu za gibanje Marka, odnosno autobusa dana je jednadžbama:

$x_M(t) = v_M t$ (1 bod)

$x_{bus}(t) = x_0 + \frac{1}{2}at^2$ (1 bod)

U trenutku kada Marko sustigne autobus, vrijedi:

$x_M(t) = x_{bus}(t)$ (1 bod)

Dobivamo sljedeću jednadžbu:

$t^2 - 10t + 21 = 0$

$(t-3)(t-7) = 0$ (1 bod)

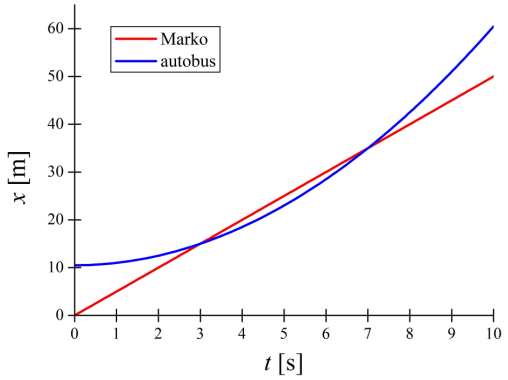
Marko će sustići autobus u $t = 3$ s. (1 bod)

Brzina autobusa u $t = 3$ s iznosi:

$v_{bus} = at = 3\,\text{m/s}^2$ (1 bod)

Udaljenost od stanice koju prijeđe autobus je:

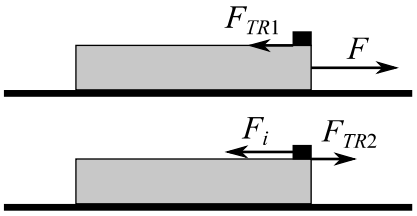
$\Delta x_{bus} = \frac{1}{2}at^2 = 4.5\,\text{m}$ (1 bod)



(2 boda)

Jednadžba iz a) dijela zadatka ima dva rješenja: $t_1 = 3\,\text{s}$ i $t_2 = 7\,\text{s}$. Također, iz grafa se može vidjeti da se Marko i autobus dva puta nalaze na istom mjestu. Prvi put kada se nađu na istom mjestu (u t_1), Marko je sustigao autobus. Nakon toga Marko nastavlja trčati stalnom brzinom i prestiže autobus. Autobus se i dalje giba ubrzano te u trenutku t_2 sustiže Marka. Nakon trenutka t_2 autobus prestiže Marka i oni se više ne mogu naći na istom mjestu. (1 bod)

Zadatak 3 (10 bodova)



Na veliki kvadar u horizontalnom smjeru djeluje sila F i sila trenja:

$m_1 a_1 = F - F_{TR1}$ (2 boda)

Na mali kvadar u sustavu velikog kvadra djeluje sila trenja i inercijalna sila:

$m_2 a_2 = F_i - F_{TR2}$ (2 boda)

$F_i = m_2 a_1$ (1 bod)

$F_{TR2} = \mu m_2 g = F_{TR1}$ (1 bod)

Iz prve jednadžbe nađemo ubrzanje a_1, uvrstimo u drugu jednadžbu pa dobijemo:

$$a_2 = \frac{1}{m_1}\left[F - \mu g\left(m_1 + m_2\right)\right] = 0.34\ \text{m/s}^2$$ (2 boda)

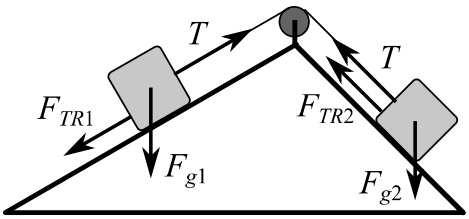
Prema tome, mali kvadar giba se ubrzanjem a_2 u sustavu velikog kvadra. Vrijeme potrebno da dođe do lijevog ruba velikog kvadra je:

$$l = \frac{1}{2} a_2 t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a_2}} = 2.4\,\text{s}$$ (2 boda)

Zadatak 4 (10 bodova)

Na tijela djeluju sile prikazane na slici (uz pretpostavku da se tijelo m_1 giba uz kosinu, a tijelo m_2 niz kosinu).

(2 boda)



Drugi Newtonov zakon po komponentama za oba tijela:

$$m_1 a = T - m_1 g \frac{1}{2} - F_{TR1}$$

$$0 = m_1 g \frac{\sqrt{3}}{2} - N_1$$

$$m_2 a = m_2 g \frac{1}{\sqrt{2}} - T - F_{TR2}$$

$$0 = m_2 g \frac{1}{\sqrt{2}} - N_2$$ (4 boda)

$$F_{TR1} = \mu N_1 ,\ F_{TR2} = \mu N_2$$ (1 bod)

Rješavanjem sustava dobije se:

$$(m_1 + m_2) a = g\left(- m_1 \frac{1}{2} + m_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \mu g \left(m_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + m_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$ (2 boda)

$$a = \frac{g}{3}\left[\sqrt{2} - \frac{1}{2} - \mu \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \right) \right] = 2.24 \text{ m/s}^2$$ (1 bod)

Zadatak 5 (10 bodova)

Za spuštanje kvadra po lijevom klinu vrijedi zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja:

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2$$ (1 bod)

$$0 = mv - MV$$ (1 bod)

gdje je v brzina kvadra na dnu lijevog klina, a V brzina lijevog klina. Slijedi:

$$V = \frac{1}{20} v$$ (1 bod)

$$v^2 = \frac{40}{21} gh$$ (1 bod)

U trenutku prelaska na desni klin kvadar se giba brzinom v prema desno, a drugi klin miruje. U trenutku u kojem će se kvadar zaustaviti na desnom klinu tj. kada postigne maksimalnu visinu, desni klin i kvadar se gibaju prema desno brzinom V'. Vrijede zakoni očuvanja energije i količine gibanja:

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh' + \frac{1}{2}(m + M) V'^2$$ (1 bod)

$$mv = (m + M) V'$$ (1 bod)

Slijedi:

$$V' = \frac{1}{21} v$$ (1 bod)

$$h' = \frac{10}{21} \frac{v^2}{g} = \left(\frac{20}{21} \right)^2 h$$ (2 boda)

Pa je traženi omjer visina:

$$\frac{h'}{h} = \left(\frac{20}{21} \right)^2 = 0.907$$ (1 bod)