Srednje škole – 1. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Automobil vozi na cesti izvan naselja brzinom 80 km/h te ulazi u naseljeno područje u kojem je najveća dozvoljena brzina kretanja vozila 50 km/h. Na ulazu u naselje postavljen je prometni znak ograničenja brzine. Policajac stoji 50 m iza prometnog znaka i mjeri brzinu vozila u trenutku kada prođu pored njega. Ako vozač počne kočiti u trenutku prolaska pored prometnog znaka, izračunajte najmanje usporenje kojim vozač mora usporavati da ne plati kaznu za prebrzu vožnju. Koliko vremena traje vožnja od prometnog znaka do policajca?

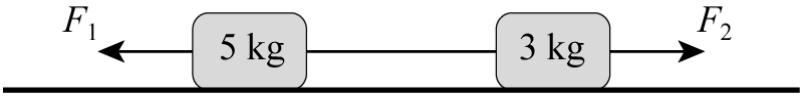
2. zadatak (10 bodova)

Dva trkača istovremeno krenu iz iste točke po 400 m dugoj kružnoj stazi u suprotnim smjerovima. Prvi trkač trči brzinom 6.2 m/s, a drugi trkač trči brzinom 3.8 m/s. Nakon koliko vremena će se trkači prvi put sresti? Ako trkači krenu u istom smjeru, nakon koliko vremena će brži biti bolji za cijeli krug?

3. zadatak (10 bodova)

Dva tijela masa 5 kg i 3 kg povezana su nerastezljivim užezom zanemarive mase. Na tijelo mase 3 kg djelujemo silom $F_2 = 20$ N. Izračunajte silu F_1 i silu napetosti užeta, ako se sustav giba:

a) Jednoliko ubrzano, ubrzanjem $1.5\ \mathrm{m/s^2}$ prema desno.
b) Stalnom brzinom $2\ \mathrm{m/s}$ prema lijevo.



4. zadatak (10 bodova)

Kružna ploča mase 50 kg i polumjera 0.5 m okreće se oko vertikalne osi koja prolazi središtem ploče. Ploča napravi 30 okretaja u minuti. Malo tijelo mase 25 g nalazi se na ploči na udaljenosi 20 cm od osi vrtnje. Nacrtajte sve sile koje djeluju na malo tijelo! Koliko mora iznositi koeficijent trenja između tijela i ploče da tijelo ne sklizne s ploče?

5. zadatak (10 bodova)

Kompozicija od pet vagona miruje na ravnoj pruzi. Masa svakog vagona je 1 t. Lokomotiva mase 5 t giba se prema vagonima brzinom 6 m/s te se sudara sa vagonima. Nakon sudara jedan vagon se otkvači i nastavi se gibati brzinom dvostruko većom od početne brzine lokomotive, a lokomotiva i preostala četiri vagona se gibaju zajedno.

a) Izračunajte brzinu i smjer gibanja lokomotive sa vagonima nakon sudara.
b) Ako nakon sudara lokomotiva i četiri vagona miruju, a samo jedan vagon se giba, izračunajte iznos i smjer brzine tog vagona.

Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Za jednoliko usporeno gibanje automobila od prometnog znaka do policajca vrijedi:

$$v(t) = v_0 - at$$

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{(2 boda)}$$

Iz prve jednadžbe slijedi:

$$v_1 = v_0 - at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 - v_1}{a}$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu:

$$s = v_0 \frac{v_0 - v_1}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0 - v_1}{a}\right)^2 = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v_1 - v_0^2 - v_1^2 + 2v_0 v_1}{2a} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a} \qquad \text{(3 boda)}$$

Iz čega slijedi:

$$a = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2s} = \frac{(22.22\ \text{m/s})^2 - (13.89\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 50\ \text{m}} = 3.0\ \text{m/s}^2 \qquad \text{(2 boda)}$$

Vrijeme vožnje jednako je:

$$t = \frac{v_0 - v_1}{a} = \frac{2s}{v_0 + v_1} = 2.77\ \text{s} \qquad \text{(3 boda)}$$

2. zadatak (10 bodova)

Ako trkači krenu u suprotnim smjerovima:

$$s_1 + s_2 = s$$

$$v_1 t + v_2 t = s \qquad \text{(2 boda)}$$

$$(v_1 + v_2)t = s \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{400\ \text{m}}{6.2\ \text{m/s} + 3.8\ \text{m/s}} = 40\ \text{s} \qquad \text{(3 boda)}$$

Ako trkači krenu u istom smjeru:

$$s_1 - s_2 = s$$

$$v_1 t - v_2 t = s \qquad \text{(2 boda)}$$

$$(v_1 - v_2)t = s \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{400\ \text{m}}{6.2\ \text{m/s} - 3.8\ \text{m/s}} = 167\ \text{s} \qquad \text{(3 boda)}$$

3. zadatak (10 bodova)

a) Primjenimo 2. Newtonov zakon na oba tijela:

$$m_1 a = T - F_1$$

$$m_2 a = F_2 - T \qquad \text{(2 boda)}$$

Zbrajanjem jednadžbi slijedi:

$$(m_1 + m_2)a = F_2 - F_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 - (m_1 + m_2)a = 8\ \text{N} \qquad \text{(2 boda)}$$

Napetost niti je:

$T = F_2 - m_2 a = 15.5\ \text{N}$ (ili $T = m_1 a + F_1 = 15.5\ \text{N}$) (1 bod)

b) Ponovo primjenjujemo 2. Newtonov zakon na oba tijela:

$0 = T - F_1$

$0 = F_2 - T$ (2 boda)

Zbrajanjem jednadžbi slijedi:

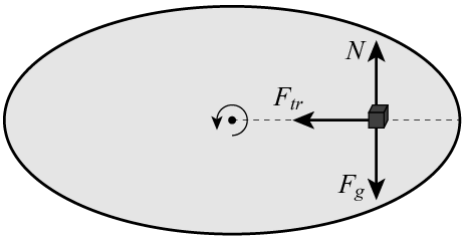
$0 = F_2 - F_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 = 20\ \text{N}$ (2 boda)

Napetost niti je:

$T = F_1 = F_2 = 20\ \text{N}$ (1 bod)

4. zadatak (10 bodova)

Na malo tijelo djeluju tri sile: težina, reakcija podloge i sila trenja:



(3 boda)

Ako se tijelo giba po kružnici na stalnom polumjeru, vrijedi:

$F_{cp} = F_{tr}$ (1 bod)

$m\dfrac{v^2}{r} = \mu N$ (2 boda)

Uvrštavanjem $N = mg$ i $v = r\omega$ dobije se (2 boda)

$m\omega^2 r = \mu mg \quad \Rightarrow \quad \mu = \dfrac{\omega^2 r}{g} = \left(\dfrac{30 \cdot 2\pi}{60\ \text{s}}\right)^2 \cdot \dfrac{0.2\ \text{m}}{9.81\ \text{m/s}^2} = 0.2$ (2 boda)

5. zadatak (10 bodova)

a) Zakon očuvanja količina gibanja za sudar glasi:

$MV_0 = mv_1 + (M + 4m)v_2$ (2 boda)

$MV_0 = m2V_0 + (M + 4m)v_2$

$(M - 2m)V_0 = (M + 4m)v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \dfrac{M - 2m}{M + 4m}V_0 = \dfrac{5\ \text{t} - 2 \cdot 1\ \text{t}}{5\ \text{t} + 4 \cdot 1\ \text{t}} \cdot 6\ \text{m/s} = 2\ \text{m/s}$ (3 boda)

Lokomotiva sa vagonima giba se brzinom 2 m/s u smjeru početne brzine lokomotive.

(1 bod)

b) Ako lokomotiva i četiri vagona nakon sudara miruju, zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$MV_0 = mv_1'$ (2 boda)

$v_1' = \dfrac{M}{m}V_0 = \dfrac{5\ \text{t}}{1\ \text{t}} \cdot 6\ \text{m/s} = 30\ \text{m/s}$ (2 boda)