

9. RAD, SNAGA, ENERGIJA

1.208. Koliki rad utroši dizalica kad podigne teret 2 t na visinu 120 cm?

$$m = 2 \text{ [t]} = 2000 \text{ [kg]}$$

$$h = 120 \text{ [cm]} = 1,2 \text{ [m]}$$

$$W = ?$$

$$W = m \times g \times h$$

$$W = 2000 \times 9,81 \times 1,2$$

$$W = 23544 \text{ [J]}$$

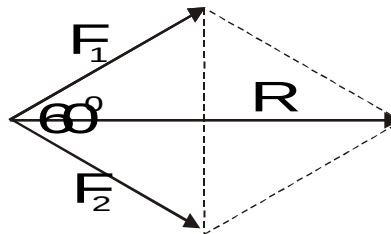
1.209. Dva traktora, svaki na jednoj obali rijeke, vuku uz tok rijeke natovareni čamac stalnom brzinom. Koliki otpor pruža voda kretanju čamca? Koliki rad treba utrošiti pri svladavanju tog otpora na putu 500 m ako su sile koje napinju užad međusobno jednake, iznose 4000 N i čine kut 60° ?

$$s = 500 \text{ [m]}$$

$$F_1 = F_2 = 4000 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$R = ?, W = ?$$



$$R = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times F$$

$$R = \sqrt{3} \times 4000$$

$$R = 6928,2 \text{ [N]}$$

$$W = R \times s$$

$$W = 6928,2 \times 500$$

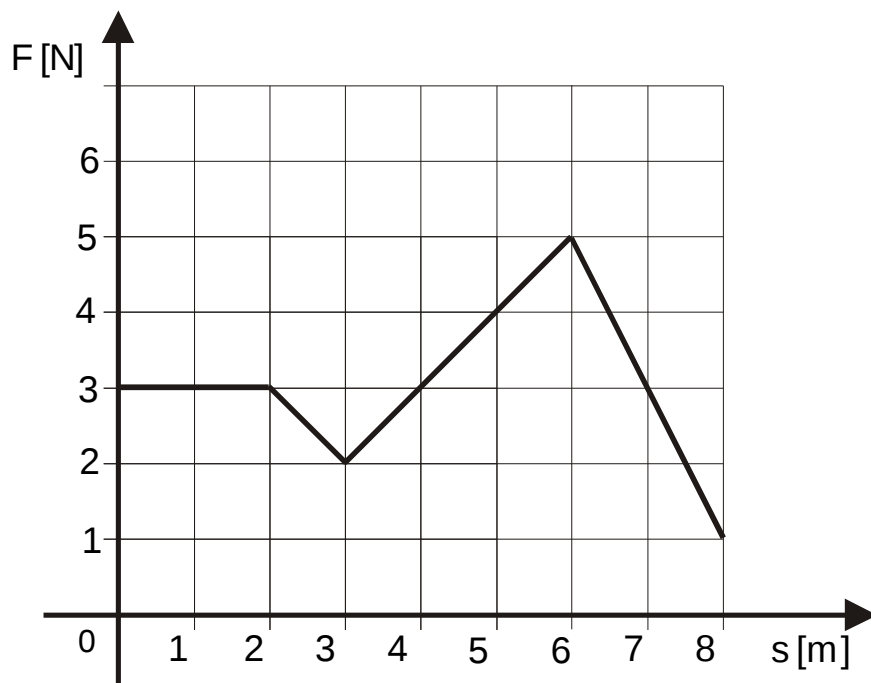
$$W = 3464101 \text{ [J]}$$

1.210. Na tijelo mase 2 kg djeluje sila F zbog koje se tijelo kreće po putu s . Sila F se mijenja te je prikazana F, s - grafikonom na slijedećoj slici. Odredi pomoću grafikona koliki je rad izvršila sila pošto je tijelo prešlo put: a) 2 m, b) 5 m, c) 8 m.

$$m = 2 \text{ [kg]}$$

$$s = 2 \text{ [m]}, s = 5 \text{ [m]}, s = 8 \text{ [m]}$$

$$W = ?$$



a)

$$W = F \times s$$

$$W = 3 \times 2$$

$$W = 6 \text{ [N]}$$

b)

$$W = 6 + 8,5$$

$$W = 14,5 \text{ [J]}$$

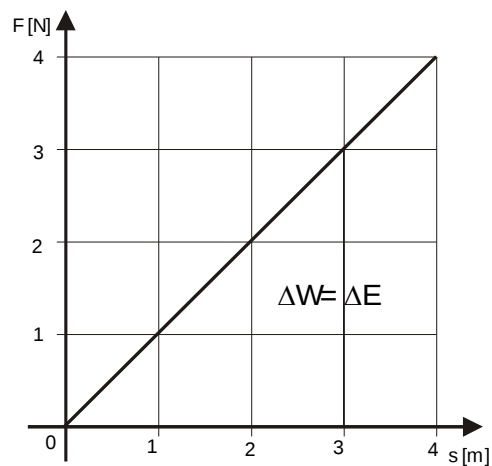
c)

$$W = 14,5 + 10,5$$

$$W = 25 \text{ [J]}$$

1.211. Tijelo mase 5,0 kg giba se duž puta djelovanjem sile koja se jednoliko povećava, svaka 2 m po 2 N. Odredi pomoću grafikona koliku je energiju izgubilo tijelo pošto je prešlo put 4 m ako je sila na početku gibanja jednaka nuli.

$$\begin{aligned} m &= 5 \text{ [kg]} \\ \Delta s &= 2 \text{ [m]} \\ \Delta F &= 2 \text{ [N]} \\ s &= 4 \text{ [m]} \\ F_0 &= 0 \text{ [N]} \\ \Delta E &= ? \end{aligned}$$



$$\Delta E = \Delta W = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ [J]}$$

1.212. Elastična opruga stisne se za 0,2 m pod djelovanjem sile 20 N. Kolika je konstanta k te opruge? Koliki je rad utrošen pri tom sabijanju?

$$\begin{aligned} x &= 0,2 \text{ [m]} \\ F &= 20 \text{ [N]} \\ k &= ?, W = ? \end{aligned}$$

$$k = \frac{F}{x}$$

$$k = \frac{20}{0,2}$$

$$k = 100 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

$$W = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

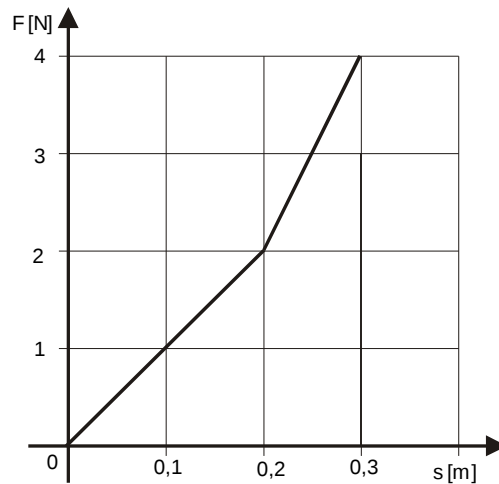
$$W = \frac{1}{2} \times 100 \times 0,2^2$$

$$W = 2 \text{ [J]}$$

1.213. Na slijedećoj slici grafički je prikazana promjena sile koja je potrebna da stisne elastično pero za određenu udaljenost s . Koliki rad može obaviti opruga ako je stisnemo za 0,3 m?

$$x = 0,3 \text{ [m]}$$

$$W = ?$$



$$k = \frac{F}{x}$$

$$k = \frac{4}{0,3}$$

$$k = 13,33 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

$$W = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 13,33 \times 0,3^2$$

$$W = 0,6 \text{ [J]}$$

1.214. Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 180 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio pri hodu ako za svaki korak utroši rad 30 J?

$$n = 180 \text{ [koraka/min]}$$

$$W_1 = 30 \text{ [J]}$$

$$P = ?$$

$$180 \frac{\text{koraka}}{\text{min}} = \frac{180}{60} = 3 \frac{\text{koraka}}{\text{sek}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{3 \times W_1}{1}$$

$$P = 90 \text{ [W]}$$

1.215. Dizalica je podigla tijelo mase 4,5 tone na visinu 8 m. Snaga dizalice je 8,832 kW. Za koje vrijeme dizalica digna teret?

$$m = 4,5 \text{ [t]} = 4500 \text{ [kg]}$$

$$h = 8 \text{ [m]}$$

$$P = 8,832 \text{ [kW]} = 8832 \text{ [W]}$$

$$t = ?$$

$$W = m \times g \times h$$

$$W = 4500 \times 9,81 \times 8$$

$$W = 353160 \text{ [J]}$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{W}{P}$$

$$t = \frac{353160}{8832}$$

$$t = 39,99 \text{ [s]}$$

1.216. Pri normalnoj brzini 5 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 60 W. Povećanjem brzine ta snaga naglo raste i pri brzini 7,2 km/h naraste do 200 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se čovjek pokreće.

$$\begin{aligned} m &= 75 \text{ [kg]} \\ v_1 &= 5 \text{ [km/h]} = 1,39 \text{ [m/s]} \\ P_1 &= 60 \text{ [W]} \\ v_2 &= 7,2 \text{ [km/h]} = 2 \text{ [m/s]} \\ P_2 &= 200 \text{ [W]} \\ F_1 &= ?, F_2 = ? \end{aligned}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = F \times v$$

$$F_1 = \frac{P_1}{v_1}$$

$$F_1 = \frac{60}{1,39}$$

$$F_1 = 43,17 \text{ [N]}$$

$$F_2 = \frac{P_2}{v_2}$$

$$F_2 = \frac{200}{2}$$

$$F_2 = 100 \text{ [N]}$$

1.217. Koliku težinu može vući auto motora 22,05 kW po horizontalnom putu pri brzini 54 km/h ako je koeficijent trenja 0,15?

$$\begin{aligned} P &= 22,05 \text{ kW} = 22050 \text{ [W]} \\ v &= 54 \text{ [km/h]} = 15 \text{ [m/s]} \\ \mu &= 0,15 \\ G &= ? \end{aligned}$$

$$P = F_{\text{tr}} \times v$$

$$P = \mu \times G \times v \Rightarrow G = \frac{P}{\mu \times v}$$

$$G = \frac{22050}{0,15 \times 15}$$

$$G = 9800 \text{ [N]}$$

1.218. Vlak mase 10^6 kg uspinje se stalnom brzinom 30 km/h po strmini koja se na svaki kilometar diže za 10 m. Odredi snagu lokomotive ako je koeficijent trenja 0,002.

$$\begin{aligned} m &= 10^6 \text{ [kg]} \\ v &= 30 \text{ [km/h]} = 8,33 \text{ [m/s]} \\ s &= 1000 \text{ [m]} \\ h &= 10 \text{ [m]} \\ \mu &= 0,002 \\ P &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W_{\text{tr}} + W_g}{t} \\ W_{\text{tr}} &= F_{\text{tr}} \times s = \mu \times m \times g \times \sin \alpha \times s \\ \sin \alpha &= \frac{10}{1000} = 0,01 \\ s &= \sqrt{1000^2 + 10^2} = 1000,05 \text{ [m]} \\ W_{\text{tr}} &= 0,002 \times 10^6 \times 10 \times 0,01 \times 1000 = 200000 \text{ [J]} \\ W_g &= m \times g \times h = 10^6 \times 10 \times 10 = 100000000 = 10^8 \text{ [J]} \\ t &= \frac{s}{v} = \frac{1000}{8,33} = 120 \text{ [s]} \\ P &= \frac{200000 + 100000000}{120} \\ P &= 835000 \text{ [W]} \end{aligned}$$

1.219. Sila 2 N djelovala je na tijelo 4 sekunde i dala mu energiju 6,4 J. Kolika je masa tijela?

$$\begin{aligned} F &= 2 \text{ [N]} \\ t &= 4 \text{ [s]} \\ \Delta E = \Delta W &= 6,4 \text{ [J]} \\ m &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= F \times s \Rightarrow s = \frac{W}{F} = \frac{6,4}{2} = 3,2 \text{ [m]} \\ s &= \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2} \\ a &= \frac{2 \times 3,2}{4^2} = 0,4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ m &= \frac{F}{a} = \frac{2}{0,4} = 5 \text{ [kg]} \end{aligned}$$

1.220. Stalnom silom F podižemo uteg mase 4 kg do visine 1 m. Pritom utrošimo rad 80 J. Kolikim smo ubrzanjem podizali uteg?

$$m = 4 \text{ [kg]}$$

$$h = 1 \text{ [m]}$$

$$W = 80 \text{ [J]}$$

$$a = ?$$

$$W = F \times s \Rightarrow F = \frac{W}{s}$$

$$F = \frac{80}{1} = 80 \text{ [N]}$$

$$F = m \times a - m \times g$$

$$m \times a = F + m \times g$$

$$a = \frac{F}{m} + g$$

$$a = \frac{80}{4} + 9,81$$

$$a = 29,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

1.221. Uteg mase 10 kg podignemo nepomičnom koloturuom na visinu 1,5 m. Odredi korisni i utrošeni rad ako je korisnost stroja 90%.

$$m = 10 \text{ [kg]}$$

$$h = 1,5 \text{ [m]}$$

$$\eta = 0,9$$

$$W_D = ?$$

$$W_U = ?$$

$$\eta = \frac{W_D}{W_U}$$

$$W_D = m \times g \times h$$

$$W_D = 10 \times 9,81 \times 1,5$$

$$W_D = 147,15 \text{ [J]}$$

$$W_U = \frac{W_D}{\eta} = \frac{147,15}{0,9}$$

$$W_U = 163,5 \text{ [J]}$$

1.222. Kolika je korisnost hidroelektrane ako za 1 sekundu proteče 6 m^3 vode i ako je pad vode 20 m, a snaga elektrane 882 kW?

$$q = 6 [\text{m}^3/\text{s}]$$

$$h = 20 [\text{m}]$$

$$P_D = 882 [\text{kW}] = 882000 [\text{W}]$$

$$\eta = ?$$

$$W_U = m \times g \times h$$

$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow V = q \times t$$

$$m = \rho \times V$$

$$W_U = \rho \times q \times t \times g \times h$$

$$W_U = 1000 \times 6 \times 1 \times 9,81 \times 20$$

$$W_U = 1177200 [\text{J}]$$

$$P_U = \frac{W_U}{t} = \frac{1177200}{1} = 1177200 [\text{W}]$$

$$\eta = \frac{P_D}{P_U} = \frac{882000}{1177200} = 0,75 = 75\%$$

1.223. Dizalicu pokreće motor snage 7,36 kW. Koliku masu ima tijelo koje podiže ta dizalica brzinom 6 m/min ako je korisnost dizalice 80%?

$$P_U = 7,36 \text{ kW}$$

$$v = 6 [\text{m/min}] = 0,1 [\text{m/s}]$$

$$\eta = 80\% = 0,8$$

$$m = ?$$

$$\eta = \frac{P_D}{P_U} \Rightarrow P_D = \eta \times P_U$$

$$P_D = 0,8 \times 7360$$

$$P_D = 5888 [\text{W}]$$

$$P_D = F \times v = m \times g \times v$$

$$m = \frac{P_D}{g \times v}$$

$$m = \frac{5888}{9,81 \times 0,1}$$

$$m = 6002 [\text{kg}] \approx 6 [\text{t}]$$

- 1.224. Na kolica mase 1 kg, koja leže na horizontalnoj podlozi i miruju, počinjemo djelovati stalnom silom 5 N u smjeru puta. Pod utjecajem sile kolica su prešla put 4 m bez trenja. a) Koliki rad je utrošila sila? b) Kolika je energija prenesena na kolica? c) Kolika je brzina kolica na kraju puta?

$$m = 1 \text{ [kg]}$$

$$F = 5 \text{ [N]}$$

$$s = 4 \text{ [m]}$$

$$W = ?, \Delta E = ?, v = ?$$

a)

$$W = F \times s$$

$$W = 5 \times 4$$

$$W = 20 \text{ [J]}$$

b)

$$\Delta E = \Delta W$$

$$\Delta E = 20 \text{ [J]}$$

c)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{1} = 5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$v = \sqrt{2 \times a \times s}$$

$$v = \sqrt{2 \times 5 \times 4}$$

$$v = 6,32 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

- 1.225. Sila 20 N ubrzava predmet mase 1,0 kg duž puta 4,0 m po horizontalnoj površini bez trenja. Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevaljena puta 4,0 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i djeluje duž iduća 4 m. a) Kolika je konačna kinetička energija tijela? b) Kolika mu je konačna brzina?

$$m = 1 \text{ [kg]}$$

$$F_1 = 20 \text{ [N]}$$

$$s_1 = 4 \text{ [m]}$$

$$F_2 = 10 \text{ [N]}$$

$$s_2 = 4 \text{ [m]}$$

$$E_K = ?, v = ?$$

a)

$$E_K = W_1 + W_2$$

$$E_K = F_1 \times s_1 + F_2 \times s_2$$

$$E_K = 20 \times 4 + 10 \times 4$$

$$E_K = 120 \text{ [J]}$$

b)

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 120}{1}}$$

$$v = 15,49 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

- 1.226. Koliki rad može obaviti tijelo mase 100 g pri brzini 15 cm/s na temelju svoje kinetičke energije?

$$m = 100 \text{ [g]} = 0,1 \text{ [kg]}$$

$$v = 15 \text{ [cm/s]} = 0,15 \text{ [m/s]}$$

$$E_K = ?$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0,1 \times 0,15^2}{2}$$

$$E_K = 0,00113 \text{ [J]}$$

1.227. Tramvaj mase 18 tona postigne 2 sekunde nakon početka gibanja brzinu 10,8 km/h. Odredi srednju vrijednost snage koju je morao razviti motor tramvaja za vrijeme gibanja?

$$m = 18 \text{ [t]} = 18000 \text{ [kg]}$$

$$t = 2 \text{ [s]}$$

$$v = 10,8 \text{ [km/h]} = 3 \text{ [m/s]}$$

$$P = ?$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{1,5}{2} \times 2^2$$

$$s = 3 \text{ [m]}$$

$$W = F \times s$$

$$W = m \times a \times s$$

$$W = 18000 \times 1,5 \times 3$$

$$W = 81000 \text{ [J]}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{81000}{2}$$

$$P = 40500 \text{ [W]}$$

1.228. Iz cijevi mitraljeza izleti u 1 minuti 700 tanadi. Odredi snagu mitraljeza ako je masa jednog taneta 15 g, a njegova brzina u času kad napušta cijev 760 m/s.

$$n = 700 \text{ [tanadi/min]} = 11,67 \text{ [tanadi/sek]}$$

$$m = 15 \text{ [g]} = 0,015 \text{ [kg]}$$

$$v = 760 \text{ [m/s]}$$

$$P = ?$$

$$\Delta W = \Delta E_K$$

$$\Delta E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$\Delta E_K = \frac{0,015 \times 760^2}{2}$$

$$\Delta E_K = 4332 \text{ [J]}$$

$$P = n \times \frac{W}{t}$$

$$P = 11,67 \times \frac{4332}{1}$$

$$P = 50554 \text{ [W]} = 50,5 \text{ [kW]}$$

1.229. Da se u zidu probuši rupa potreban je rad 10000 J. Možemo li rupu izbušiti tanetom mase 0,2 kg koje udari o zid brzinom 250 m/s?

$$W = 10000 \text{ [J]}$$

$$m = 0,2 \text{ [kg]}$$

$$v = 250 \text{ [m/s]}$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0,2 \times 250^2}{2}$$

$$E_K = 6250 \text{ [J]}$$

$$E_K < W \rightarrow \text{tane ne može probušiti zid}$$

1.230. Kamion mase 3 t vozi brzinom 45 km/h. Kolika mora biti sila kočenja da se kamion zaustavi na 50 m udaljenosti?

$$\begin{aligned}m &= 3 \text{ [t]} = 3000 \text{ [kg]} \\v &= 45 \text{ [km/h]} = 12,5 \text{ [m/s]} \\s &= 50 \text{ [m]} \\F &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta W &= \Delta E_K \\E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\E_K &= \frac{3000 \times 12,5^2}{2} \\E_K &= 234375 \text{ [J]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= \frac{W}{s} \\F &= \frac{234375}{50} \\F &= 4687,5 \text{ [N]}\end{aligned}$$

1.231. Na 150 m visoku brežuljku postavljen je top iz kojega izleti u horizontalnom smjeru kugla mase 2 kg i padne na zemlju na udaljenosti 3000 m. Kolika je bila kinetička energija kugle u času kad je izletjela iz topa?

$$\begin{aligned}y &= 150 \text{ [m]} \\x &= 3000 \text{ [m]} \\m &= 2 \text{ [kg]} \\E_K &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\E_K &= \frac{2 \times 542,5^2}{2} \\E_K &= 294301 \text{ [J]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \frac{g}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}} \\t &= \sqrt{\frac{2 \times 150}{9,81}} = 5,53 \text{ [s]} \\x &= v \times t \Rightarrow v = \frac{x}{t} \\v &= \frac{3000}{5,53} = 542,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]\end{aligned}$$

1.232. Na tijelo mase 4 kg djeluje 1 minutu stalna sila koja mu daje brzinu 3 m/s. Odredi veličinu te sile i kinetičku energiju tijela.

$$\begin{aligned}m &= 4 \text{ [kg]} \\t &= 1 \text{ [min]} = 60 \text{ [s]} \\v &= 3 \text{ [m/s]} \\F &= ?, E_K = ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= \frac{v}{t} \\a &= \frac{3}{60} \\a &= 0,05 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= m \times a \\F &= 4 \times 0,05 \\F &= 0,2 \text{ [N]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\E_K &= \frac{4 \times 3^2}{2} \\E_K &= 18 \text{ [J]}\end{aligned}$$

1.233. Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 3 m/s. Faktor trenja između tijela i podloge iznosi 0,4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi.

$$v = 3 \text{ [m/s]}$$

$$\mu = 0,4$$

$$s = ?$$

$$s = \frac{W_{tr}}{F_{tr}}$$

$$s = \frac{\frac{m \times v^2}{2}}{\mu \times m \times g}$$

$$s = \frac{v^2}{2 \times \mu \times g}$$

$$s = \frac{3^2}{2 \times 0,4 \times 9,81}$$

$$s = 1,146 \text{ [m]}$$

$$F_{tr} = \mu \times m \times g$$

$$\Delta W_{tr} = \Delta E_K$$

$$\Delta E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

1.234. Na horizontalnoj površini leži tijelo mase 3 kg. Na njega djeluje sila 6 N koja prema horizontalnoj površini zatvara kut 45° . a) Koliki je rad utrošila sila pošto je tijelo prešlo put 4 m bez trenja? b) Koliku brzinu ima tijelo na kraju puta?

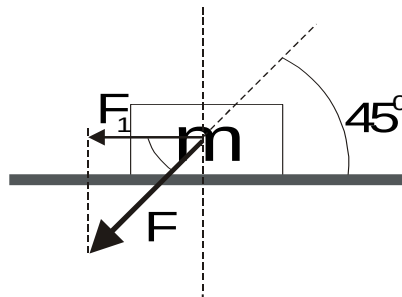
$$m = 3 \text{ [kg]}$$

$$F = 6 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$s = 4 \text{ [m]}$$

$$W = ?, v = ?$$



$$F^2 = 2 \times F_1^2$$

$$F_1 = \frac{F \times \sqrt{2}}{2}$$

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 6$$

$$F_1 = 4,24 \text{ [N]}$$

$$W = F_1 \times s$$

$$W = 4,24 \times 4$$

$$W = 16,97 \text{ [J]}$$

$$W = E_K$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 16,97}{3}}$$

$$v = 3,36 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

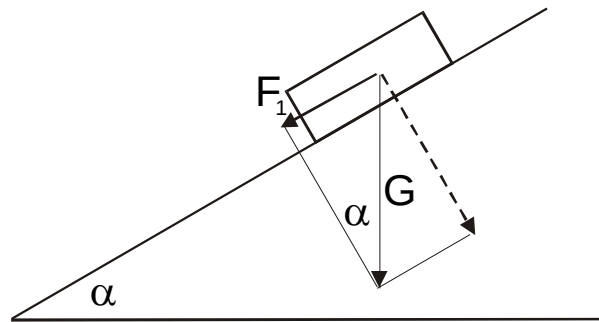
1.235. Automobil mase 1 t može se kočnicama zadržati sve do uspona od 24%. Na kojoj će se udaljenosti zaustaviti pomoću kočnica vozeći po horizontalnom putu brzinom 64,8 km/h?

$$m = 1 \text{ [t]} = 1000 \text{ [kg]}$$

$$n = 24 \%$$

$$v = 64,8 \text{ [km/h]} = 18 \text{ [m/s]}$$

$$s = ?$$



$$n = 24\% \Rightarrow s = 100[\text{m}], h = 24[\text{m}]$$

$$\sin \alpha = \frac{24}{100} = 0,24 \Rightarrow \alpha = 13,89^\circ$$

$$F_1 = m \times g \times \sin \alpha$$

$$F_1 = 1000 \times 9,81 \times 0,24$$

$$F_1 = 2354,4[\text{N}]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{1000 \times 18^2}{2}$$

$$E_K = 162000[\text{J}]$$

$$W = F_1 \times s \Rightarrow s = \frac{W}{F_1}$$

$$s = \frac{162000}{2354,4}$$

$$s = 68,8[\text{m}]$$

1.236. Pri β -raspadu jednog atoma radioaktivnog elementa RaB (relativne atomske mase $A_r = 214$) iz atoma izleti elektron energije $E_e = 5 \times 10^{-15}$ J. Atom RaB pretvori se u novi element RaC iste atomske mase. Odredi kinetičku energiju atoma RaC.

$$A_r(\text{RaB}) = 214$$

$$E_e = 5 \times 10^{-15} \text{ [J]}$$

$$E_K = ?$$

$$E_e = \frac{v_e^2}{2} \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \times E_e}$$

$$v_e = \sqrt{2 \times 5 \times 10^{-15}}$$

$$v_e = 0,0000001 = 10^{-7} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$m \times v = -m_e \times v_e$$

$$v = -\frac{m_e \times v_e}{m}$$

$$v = -\frac{9,1 \times 10^{-31} \times 10^{-7}}{1,67 \times 10^{-27} \times 5 \times 10^{-15}}$$

$$v = -10898,2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 5 \times 10^{-15} \times (-10898,2)^2}{2}$$

$$E_K = 1,6 \times 10^{-17} \text{ [J]}$$

1.237. Čekićem mase 4 kg zabijamo čavao u drvenu podlogu. U času kad čekić udari o čavao, čekić ima brzinu 500 cm/s, a čavao pritom zađe u drvo 30 mm duboko. Kolikom srednjom silom udari čekić o čavao i koliko dugo traje djelovanje te sile?

$$m = 4 \text{ [kg]}$$

$$v = 500 \text{ [cm/s]} = 5 \text{ [m/s]}$$

$$s = 30 \text{ [mm]} = 0,03 \text{ [m]}$$

$$F = ?, \Delta t = ?$$

$$\Delta E_K = \Delta W$$

$$\frac{m \times v^2}{2} = F \times s$$

$$F = \frac{m \times v^2}{2 \times s}$$

$$F = \frac{4 \times 5^2}{2 \times 0,03}$$

$$F = 1666,67 \text{ [N]}$$

$$F \times \Delta t = m \times v$$

$$\Delta t = \frac{m \times v}{F}$$

$$\Delta t = \frac{4 \times 5}{1666,67}$$

$$\Delta t = 0,012 \text{ [s]}$$

1.238. Kamen mase 2 kg bacimo horizontalno početnom brzinom 10 m/s. Koliku će kinetičku energiju imati kamen nakon 5 sekundi ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

$$m = 2 \text{ [kg]}$$

$$v_0 = 10 \text{ [m/s]}$$

$$t = 5 \text{ [s]}$$

$$E_K = ?$$

$$x \rightarrow v_0$$

$$y \rightarrow g \times t$$

$$v_R = \sqrt{v_0^2 + (g \times t)^2}$$

$$v_R = \sqrt{10^2 + (9,81 \times 5)^2}$$

$$v_R = 50,1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v_R^2}{2}$$

$$E_K = \frac{2 \times 50,1^2}{2}$$

$$E_K = 2505,9 \text{ [J]}$$

1.239. Saonice klizu po horizontalnom ledu brzinom 6 m/s i odjednom dojure na asfalt. Duljina salinaca je $l = 2 \text{ m}$, a faktor trenja salinaca na asfaltu 1. Koliki ukupni put prevale saonice dok se zaustavljaju?

$$v = 6 \text{ [m/s]}$$

$$l = 2 \text{ [m]}$$

$$\mu = 1$$

$$s = ?$$

$$E_K = W_{tr}$$

$$\frac{m \times v^2}{2} = \frac{1}{2} \times \mu \times m \times g \times l + \mu \times m \times g \times x$$

$$x = \frac{v^2}{2 \times \mu \times g} - \frac{\mu \times l}{2}$$

$$x = \frac{6^2}{2 \times 1 \times 9,81} - \frac{1 \times 2}{2}$$

$$x = 0,835 \text{ [m]}$$

$$s = x + l$$

$$s = 0,835 + 2$$

$$s = 2,835 \text{ [m]}$$

1.240. Vagončić s pijeskom mase m_v kotrlja se po horizontalnim tračnicama bez trenja brzinom v_0 . Tane mase m , ispaljeno horizontalno brzinom v_1 u istom smjeru što ga ima i v_0 , pogodi vagon i ostane u njemu. Treba odrediti brzinu v vagončića pošto ga je pogodilo tane i energiju koja je pritom prešla u toplotu.

$$m_v \times v_0 + m \times v_1 = (m_v + m) \times v$$

$$v = \frac{m_v \times v_0 + m \times v_1}{m_v + m}$$

$$E = \frac{m_v \times v_0^2}{2} + \frac{m \times v_1^2}{2} - \frac{m_v + m}{2} \times v^2$$

1.241. Mehanički malj mase 500 kg udari o stup koji se pritom zabije u zemlju do dubine 1 cm. Odredi silu kojom se zemlja tomu opire ako pretpostavimo da je sila za vrijeme udarca stalna i ako je brzina malja prije udarca bila 10 m/s. Masu stupa zanemarimo.

$$\begin{aligned}m &= 500 \text{ [kg]} \\s &= 1 \text{ [cm]} = 0,01 \text{ [m]} \\v &= 10 \text{ [m/s]} \\F &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_K &= \Delta W \\ \frac{m \times v^2}{2} &= F \times s \\ F &= \frac{m \times v^2}{2 \times s} \\ F &= \frac{500 \times 10^2}{2 \times 0,01} \\ F &= 2500000 \text{ [N]}\end{aligned}$$

1.242. Tramvaj mase 10 tona razvije 5 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7,2 km/h. Kolika je snaga motora?

$$\begin{aligned}m &= 10 \text{ [t]} = 10000 \text{ [kg]} \\t &= 5 \text{ [s]} \\v &= 7,2 \text{ [km/h]} = 2 \text{ [m/s]} \\P &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\ E_K &= \frac{10000 \times 2^2}{2} \\ E_K &= 20000 \text{ [J]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_K &= \Delta W \\ P &= \frac{W}{t} \\ P &= \frac{20000}{5} \\ P &= 4000 \text{ [W]} = 4 \text{ [kW]}\end{aligned}$$

1.243. Tijelo mase 40 g bačeno je vertikalno uvis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija: a) na početku gibanja, b) nakon 6 sekundi gibanja?

$$\begin{aligned}m &= 40 \text{ [g]} = 0,04 \text{ [kg]} \\v &= 60 \text{ [m/s]} \\t &= 6 \text{ [s]} \\E_K &= ?\end{aligned}$$

a)

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\ E_K &= \frac{0,04 \times 60^2}{2} \\ E_K &= 72 \text{ [J]}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}v &= v_0 - g \times t \\ v &= 60 - 9,81 \times 6 \\ v &= 1,14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{m \times v^2}{2} \\ E_K &= \frac{0,04 \times 1,14^2}{2} \\ E_K &= 0,026 \text{ [J]}\end{aligned}$$

1.244. Tijelo mase 19,6 kg palo je s neke visine. Padanje je trajalo 0,5 sekundi. Koliku je kinetičku energiju imalo tijelo kad je stiglo do najniže točke?

$$m = 19,6 \text{ [kg]}$$

$$t = 0,5 \text{ [s]}$$

$$E_K = ?$$

$$v = g \times t$$

$$v = 9,81 \times 0,5$$

$$v = 4,905 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{19,6 \times 4,905^2}{2}$$

$$E_K = 235,78 \text{ [J]}$$

1.245. Jezgra kadmija apsorbira neutro energije $E_n = 10^{-15} \text{ J}$. Odredi brzinu v novonastale jezgre. Relativna atomska masa kadmija jest $A_r = 112,4$.

$$m_n = ???$$

$$E_n = 10^{-15} \text{ [J]}$$

$$A_r = 112,4$$

$$v = ?$$

$$v_n = \sqrt{\frac{2 \times E_n}{m_n}}$$

$$v = \frac{m_n \times v_n}{m_j + m_n}$$

1.246. Tane mase m doleti horizontalno do drvene kugle koja je na podu. Tane proleti središtem kugle. Treba odrediti koliko je energije prešlo u toplinu ako je v_1 brzina taneta prije nego što je pogodilo kuglu, v_2 brzina taneta nakon prolaza kroz kuglu, a m_k masa kugle. Trenje između poda i kugle zanemarimo.

$$Q = E_{K1} - E_{K2}$$

$$Q = \frac{m}{2} \left[v_1^2 - v_2^2 - \frac{m}{m_k} (v_1 - v_2)^2 \right]$$

1.247. Snop atoma energije $9,8 \times 10^{-17} \text{ J}$ izlijeće iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 5 m od izvora? Neka su to atomi srebra atomske mase 108.

$$E = 9,8 \times 10^{-17} \text{ [J]}$$

$$s = 5 \text{ [m]}$$

$$h = ?$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}}$$

$$m = m_p \times 108 = 1,6726 \times 10^{-27} \times 108$$

$$m = 1,81 \times 10^{-25}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 9,8 \times 10^{-17}}{1,81 \times 10^{-25}}} = 3,3 \times 10^4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{5}{3,3 \times 10^4} = 1,52 \times 10^{-4} \text{ [s]}$$

$$h = \frac{g}{2} \times t^2$$

$$h = \frac{9,81}{2} \times (1,52 \times 10^{-4})^2$$

$$h = 1,13 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

1.248. Uteg mase 5 kg pao je s visine 2 m. Za koliko se smanjila gravitacijska potencijalna energija utega pri tom padu?

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$h = 2 \text{ [m]}$$

$$\Delta E_p = ?$$

$$\Delta E_p = m \times g \times h$$

$$\Delta E_p = 5 \times 9,81 \times 2$$

$$\Delta E_p = 98,1 \text{ [J]}$$

1.249. Tijelo mase 10 kg podignemo 20 m visoko. Koliki rad moramo pri tom utrošiti? Za koliko se povećala gravitacijska potencijalna energija tijela?

$$m = 10 \text{ [kg]}$$

$$h = 20 \text{ [m]}$$

$$\Delta W = \Delta E_p = ?$$

$$\Delta W = \Delta E_p = m \times g \times h$$

$$\Delta W = \Delta E_p = 10 \times 9,81 \times 20$$

$$\Delta W = \Delta E_p = 1962 \text{ [J]}$$

1.250. Tane mase m pogodi komad drva mase m_d koji visi na niti duljine l . Kad pogodi drvo, tane ostaje u njemu. Za koliko se podigne komad drva ako je brzina taneta bila v_0 ?

$$m \times v_0 = (m_d + m) \times v \Rightarrow v = \frac{m \times v_0}{m_d + m}$$

$$E_K = E_p$$

$$\frac{(m_d + m) \times v^2}{2} = (m_d + m) \times g \times h \Rightarrow h = \frac{m_d + m}{2 \times (m_d + m) \times g} \times v^2$$

$$h = \frac{m_d + m}{2 \times g \times (m_d + m)} \times \frac{m^2 \times v_0^2}{(m_d + m)^2}$$

$$h = \frac{m^2 v_0^2}{2 \times g \times (m_d + m)}$$

1.251. Koliki će put prevaliti saonice po horizontalnoj površini ako su se spustile s brda visine 15 m i nagiba 30° ? Faktor trenja je 0,2.

$$h = 15 \text{ [m]}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$s = ?$$

$$E_p = W_{tr1} + W_{tr2}$$

$$m \times g \times h = (\mu \times m \times g \times \sin \alpha + \mu \times m \times g) \times s$$

$$s = \frac{h}{\mu \times (\sin \alpha + 1)}$$

$$s = \frac{15}{0,2 \times (\sin 30^\circ + 1)}$$

$$s = 50 \text{ [m]}$$

1.252. Kamen mase 100 g bačen je koso gore iz neke točke koja se nalazi 15 m iznad Zemljine površine brzinom 10 m/s. a) Kolika mu je ukupna mehanička energija u tom času? b) Kolika će mu biti ukupna mehanička energija kad bude 10 m iznad Zemljine površine? c) Kolika će mu biti brzina u tom času? Otpor zraka zanemarimo.

$$m = 100 \text{ [g]} = 0,1 \text{ [kg]}$$

$$h = 15 \text{ [m]}$$

$$v_0 = 10 \text{ [m/s]}$$

$$h_1 = 10 \text{ [m]}$$

$$E = ?, E_1 = ?, v = ?$$

a)

$$E = E_p + E_k$$

$$E = m \times g \times h + \frac{m \times v_0^2}{2}$$

$$E = 0,1 \times 9,81 \times 15 + \frac{0,1 \times 10^2}{2}$$

$$E = 19,715 \text{ [J]}$$

b)

$$E_1 = E$$

$$E_1 = 19,715 \text{ [J]}$$

c)

$$E_{K1} = E - E_{p1}$$

$$E_{K1} = 19,715 - 0,1 \times 9,81 \times 10$$

$$E_{K1} = 19,715 - 9,81$$

$$E_{K1} = 9,905 \text{ [J]}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times E_{K1}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,905}{0,1}}$$

$$v_1 = 14,07 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.253. Tijelo mase 30 g bacimo s mosta visokog 25 m vertikalno dolje brzinom 8 m/s. Tijelo stigne na površinu vode brzinom 18 m/s. Odredi rad koji je tijelo utrošilo svladavajući otpor zraka ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

$$m = 30 \text{ [g]} = 0,03 \text{ [kg]}$$

$$h = 25 \text{ [m]}$$

$$v_0 = 8 \text{ [m/s]}$$

$$v_1 = 18 \text{ [m/s]}$$

$$W_{\text{tr}} = ?$$

$$E = E_p + E_k$$

$$E = m \times g \times h + \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E = 0,03 \times 10 \times 25 + \frac{0,03 \times 8^2}{2}$$

$$E = 8,46 \text{ [J]}$$

$$E_1 = \frac{m \times v_1^2}{2} = \frac{0,03 \times 18^2}{2} = 4,86 \text{ [J]}$$

$$W_{\text{tr}} = E - E_1$$

$$W_{\text{tr}} = 3,6 \text{ [J]}$$

1.254. S vrha strme ceste dugačke 100 m, visinske razlike 20 m, spuštaju se saonice mase 5 kg. Odredi trenje koje se javlja pri spuštanju niz brijeg ako su saonice pri dnu brijega imale brzinu 16 m/s. Početna brzina je nula.

$$s = 100 \text{ [m]}$$

$$h = 20 \text{ [m]}$$

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$v_0 = 0 \text{ [m/s]}$$

$$v_1 = 16 \text{ [m/s]}$$

$$F_{\text{tr}} = ?$$

$$E_1 = E_2 + W_{\text{tr}}$$

$$W_{\text{tr}} = m \times g \times h - \frac{m \times v_1^2}{2}$$

$$W_{\text{tr}} = 5 \times 9,81 \times 20 - \frac{5 \times 16^2}{2}$$

$$W_{\text{tr}} = 341 \text{ [J]}$$

$$W_{\text{tr}} = F_{\text{tr}} \times s \Rightarrow F_{\text{tr}} = \frac{W_{\text{tr}}}{s}$$

$$F_{\text{tr}} = \frac{341}{100}$$

$$F_{\text{tr}} = 3,41 \text{ [N]}$$

1.255. Tijelo mase 8 kg slobodno pada s visine 2 m. Kolika je njegova kinetička energija u času kad stigne na zemlju? Pokaži da je ta energija jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju je tijelo imalo prije pada ako se zanemari otpor zraka.

$$m = 8 \text{ [kg]}$$

$$h = 2 \text{ [m]}$$

$$E_K = ?$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2}$$

$$v = 6,26 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{8 \times 6,26^2}{2}$$

$$E_K = 156,96 \text{ [J]}$$

$$E_p = m \times g \times h$$

$$E_p = 8 \times 9,81 \times 2$$

$$E_p = 156,96 \text{ [J]}$$

$$E_K = E_p$$

1.256. Tijelo mase 20 kg padne s visine 15 m te pri kraju pada ima brzinu 16 m/s. Koliki rad je utrošilo tijelo gibajući se zrakom?

$$m = 20 \text{ [kg]}$$

$$h = 15 \text{ [m]}$$

$$v = 16 \text{ [m/s]}$$

$$W_{\text{tr}} = ?$$

$$E_p = E_k + W_{\text{tr}}$$

$$W_{\text{tr}} = E_p - E_k$$

$$W_{\text{tr}} = m \times g \times h - \frac{m \times v^2}{2}$$

$$W_{\text{tr}} = 20 \times 9,81 \times 15 - \frac{20 \times 16^2}{2}$$

$$W_{\text{tr}} = 383 \text{ [J]}$$

$$E_p = m \times g \times h$$

$$E_p = 20 \times 9,81 \times 15$$

$$E_p = 2943 \text{ [J]}$$

1.257. Bomba od 300 kg pada s visine 900 m. Kolike su njezina gravitacijska potencijalna energija i kinetička energija u času: a) kad se nalazi 150 m iznad zemlje, b) kad padne na zemlju?

$$m = 300 \text{ [kg]}$$

$$h = 900 \text{ [m]}$$

$$h_1 = 150 \text{ [m]}$$

$$E_p = ?, E_k = ?$$

a)

$$E = m \times g \times h$$

$$E = 300 \times 9,81 \times 900$$

$$E = 2648700 \text{ [J]}$$

$$E_p = m \times g \times h_1$$

$$E_p = 300 \times 9,81 \times 150$$

$$E_p = 441450 \text{ [J]}$$

$$E_k = E - E_p$$

$$E_k = 2648700 - 441450$$

$$E_k = 2207250 \text{ [J]}$$

b)

$$E_p = 0$$

$$E_k = E = 2648700 \text{ [J]}$$

1.258. Na niti duljine 1 m obješena je kuglica. Koliku horizontalnu brzinu moramo dati kuglici da se ona otkloni do iste visine na kojoj se nalazi objesište niti?

$$l = 1 \text{ [m]}$$

$$v = ?$$

$$E_p = E_k$$

$$m \times g \times h = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 1} = 4,43 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

- 1.259. Tijelo bačeno vertikalno u vis padne na zemlju 6 sekundi nakon početka gibanja. Odredi:
 a) kinetičku energiju tijela u času kad padne na zemlju, b) gravitacijsku potencijalnu energiju u najvišoj točki. Masa tijela je 50 g.

$$t = 6 \text{ [s]}$$

$$m = 50 \text{ [g]} = 0,05 \text{ [kg]}$$

$$E_K = ?, E_P = ?$$

a)

b)

$$v = g \times \frac{t}{2}$$

$$v = 9,81 \times 3$$

$$v = 29,43 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0,05 \times 29,43^2}{2}$$

$$E_K = 21,65 \text{ [J]}$$

$$E_P = E_K$$

$$E_P = 21,65 \text{ [J]}$$

- 1.260. Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 5 kg. a) Koliki rad moramo utrošiti da bismo njihalo pomaknuli iz njegova vertikalnog položaja u horizontalni?
 b) Kolike će biti brzina i kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom ako smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja?

$$l = 4 \text{ [m]}$$

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$W = ?, v = ?, E_K = ?$$

a)

b)

$$W = \Delta E_P$$

$$W = m \times g \times h$$

$$W = 5 \times 9,81 \times 4$$

$$W = 196,2 \text{ [J]}$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 4}$$

$$v = 8,86 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{5 \times 8,86^2}{2}$$

$$E_K = 196,2 \text{ [J]}$$

1.261. Tijelo je palo s visine 240 m i zarilo se u pijesak 0,2 m duboko. Odredi srednju silu otpora pijeska ako je tijelo mase 1 kg, počelo padati brzinom 14 m/s. Riješi zadatak na dva načina: a) pomoću zakona gibanja, b) pomoću zakona održanja energije. Koji je način brži? Otpor zraka zanemarimo.

$$\begin{aligned}h &= 240 \text{ [m]} \\h_1 &= 0,2 \text{ [m]} \\m &= 1 \text{ [kg]} \\v_0 &= 14 \text{ [m/s]} \\F &= ?\end{aligned}$$

a)

$$\begin{aligned}v^2 &= v_0^2 + 2 \times g \times h \\2 \times a \times h_1 &= v^2 + 2 \times g \times h \\a &= \frac{v_0^2 + 2 \times g \times h}{2 \times h_1} \\a &= \frac{14^2 + 2 \times 9,81 \times 240}{2 \times 0,2} \\a &= 12262 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\F &= m \times a = 1 \times 12262 \\F &= 12262 \text{ [N]}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}E &= \frac{m \times v_0^2}{2} + m \times g \times h \\E &= \frac{1 \times 14^2}{2} + 1 \times 9,81 \times 240 \\E &= 2452,4 \text{ [J]} \\E &= \Delta W = F \times h_1 \\F &= \frac{2452,4}{0,2} \\F &= 12262 \text{ [N]}\end{aligned}$$

1.262. U drvenu metu mase 4 kg, koja visi na užetu, ispalimo tane mase 8 g. Tane ostane u meti koja se pomakne u položaj koji je 6 cm viši od početnoga. Nađi početnu brzinu taneta.

$$\begin{aligned}m_1 &= 4 \text{ [kg]} \\m_2 &= 8 \text{ [g]} = 0,008 \text{ [kg]} \\h &= 6 \text{ [cm]} = 0,06 \text{ [m]} \\v_2 &= ?\end{aligned}$$

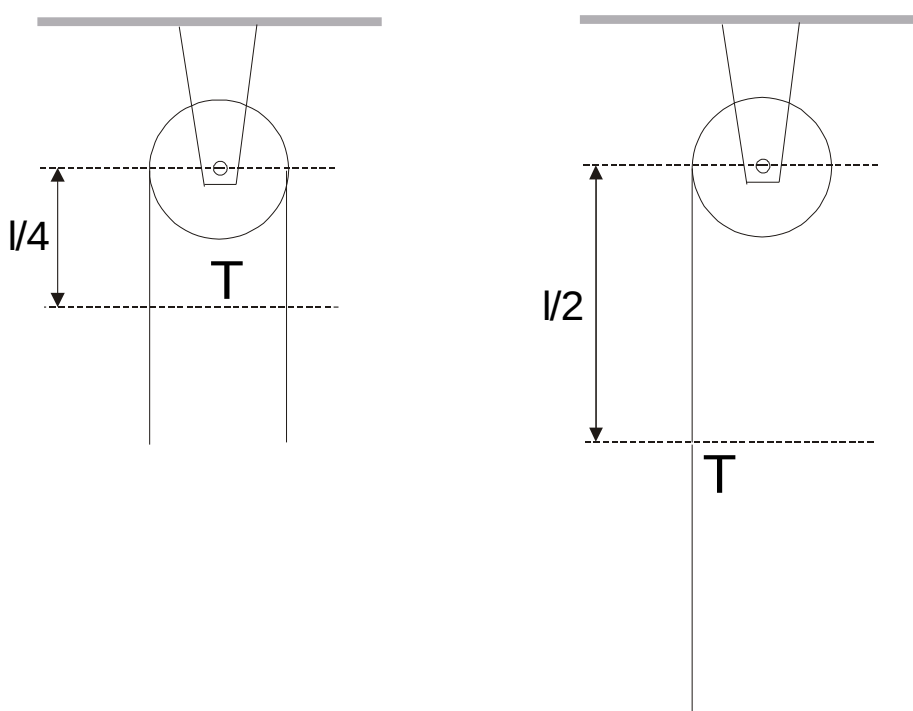
$$\begin{aligned}(m_1 + m_2) \times g \times h &= \frac{(m_1 + m_2) \times v^2}{2} \\v &= \sqrt{2 \times g \times h} \\v &= \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,06} \\v &= 1,085 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 &= (m_1 + m_2) \times v \\v_2 &= \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2} \\v_2 &= \frac{(4 + 0,008) \times 1,085 - 4 \times 0}{0,008} \\v_2 &= 543,59 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]\end{aligned}$$

- 1.263. Uže duljine 20 m prebačeno je preko čvrste koloture kojoj možemo zanemariti masu i veličinu. U početku uže visi na miru, simetrično s obzirom na vertikalnu koja ide središtem koloture. Kad koloturu malo stresemo, uže će početi padati. Kolika će mu biti brzina u času kad otpadne s koloture?

$$l = 20 \text{ [m]}$$

$$v = ?$$

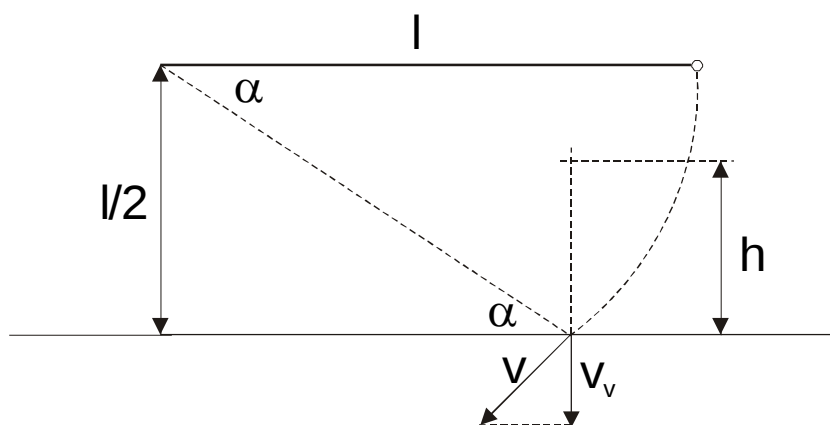


$$\frac{m \times v^2}{2} = m \times g \times \frac{l}{4} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g \times l}{2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{9,81 \times 20}{2}}$$

$$v = 9,91 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

- 1.264. Matematičko njihalo nalazi se najprije u horizontalnom položaju. Duljina mu je l . Na udaljenosti $l/2$ ispod točke objesa njihala postavljena je horizontalna čelična ploča. Na koju će se visinu h odbiti kuglica njihala nakon sudara s pločom ako pretpostavimo da je sudar potpuno elastičan?



$$\frac{m \times v^2}{2} = m \times g \times \frac{l}{2} \Rightarrow v = \sqrt{g \times l}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_v = v \times \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{g \times l}$$

$$v_v = \frac{\sqrt{3 \times g \times l}}{2}$$

$$\frac{m \times v_v^2}{2} = 2 \times m \times g \times h$$

$$h = \frac{v_v^2}{2 \times 2 \times g} = \frac{\frac{3 \times g \times l}{2}}{4 \times g} = \frac{3 \times g \times l}{8 \times g}$$

$$h = \frac{3}{8} \times l$$

1.265. Dvije elastične kugle vise na nitima tako da se nalaze na istoj visini i dodiruju se. Niti su različite duljine: $l_1 = 10 \text{ cm}$, $l_2 = 6 \text{ cm}$. Mase dotičnih kugala jesu $m_1 = 8 \text{ g}$ i $m_2 = 20 \text{ g}$. Kuglu od 8 g otklonimo 60° i ispustimo. Treba odrediti koliko će se kugle otkloniti nakon sudara ako je sudar elastičan.

$$l_1 = 10 [\text{cm}] = 0,1 [\text{m}]$$

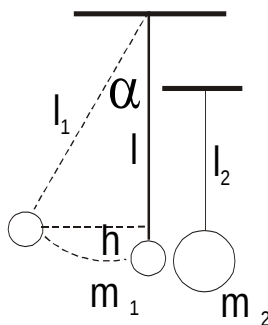
$$l_2 = 6 [\text{cm}] = 0,06 [\text{m}]$$

$$m_1 = 8 [\text{g}] = 0,008 [\text{kg}]$$

$$m_2 = 20 [\text{g}] = 0,02 [\text{kg}]$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha_1 = ?, \alpha_2 = ?$$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -0,424 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 0,565 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$h = l_1 - l$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{l_1} \Rightarrow l = l_1 \cos \alpha$$

$$h = l_1 - l_1 \cos 60^\circ$$

$$v_1^2 = gl_1 = 0,981$$

$$v_1 = 0,99 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$h_1 = \frac{v_1'^2}{2 \times g} = 0,0091 [\text{m}]$$

$$h_2 = \frac{v_2'^2}{2 \times g} = 0,0162 [\text{m}]$$

$$h_1 = l_1 - l_1 \cos \alpha_1 \Rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{l_1 - h_1}{l_1}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{0,1 - 0,0091}{0,1} = 0,909 \Rightarrow \alpha_1 = 24,6^\circ$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{l_2 - h_2}{l_2} = \frac{0,06 - 0,0162}{0,06} = 0,7288 \Rightarrow \alpha_2 = 43,21^\circ$$

1.266. Dječak puca iz pračke i pritom toliko nategne gumenu vrpca da je produži 10 cm. Kolikom je brzinom poletio kamen mase 20 g? Da se gumena vrpca produži 1 cm treba sila 9,8 N. Otpor zraka zanemarimo.

$$x = 10 \text{ [cm]} = 0,1 \text{ [m]}$$

$$m = 20 \text{ [g]} = 0,02 \text{ [kg]}$$

$$k = (9,8/0,01) = 980 \text{ [N/m]}$$

$$v = ?$$

$$E_p = E_k$$

$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{980 \times 0,1^2}{0,02}} = 22,14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.267. Svaka elastična opruga odbojnika na vagonu stisnut će se 1 cm zbog djelovanja sile 10^4 N. Kojom se brzinom kretao vagon ako su se opruge na odbojnicima pri udarcu vagona o stijenu stisnule 10 cm? Masa vagona je 20 tona.

$$k = 2 \times (10^4/0,01) = 2 \times 10^6 \text{ [N/m]}$$

$$x = 10 \text{ [cm]} = 0,1 \text{ [m]}$$

$$m = 20 \text{ [t]} = 2 \times 10^4 \text{ [N]}$$

$$v = ?$$

$$E_p = E_k$$

$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 10^6 \times 0,1^2}{2 \times 10^4}} = 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.268. Tijelo mase 3 kg kreće se brzinom 2 m/s i sudara s elastičnom oprugom. Za oprugu vrijedi $F = 100 \text{ N/m} \times x$. a) Kolika je elastična potencijalna energija sadržana u opruzi kad ju je tijelo stisnulo za 0,1 m? b) Kolika je u tom času kinetička energija tijela mase 3 kg?

$$m = 3 \text{ [kg]}$$

$$v = 2 \text{ [m/s]}$$

$$F = 100 \times x$$

$$x = 0,1 \text{ [m]}$$

$$E_p = ?, E_k = ?$$

$$k = 100 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

$$E_p = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} \times 100 \times 0,1^2$$

$$E_p = 0,5 \text{ [J]}$$

$$E = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E = \frac{3 \times 2^2}{2} = 6 \text{ [J]}$$

$$E_k = E - E_p$$

$$E_k = 6 - 0,5$$

$$E_k = 5,5 \text{ [J]}$$

- 1.269. Tijelo mase 0,5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj je $k = 50 \text{ N/m}$. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0,1 m i vuče tijelo za sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

$$\begin{aligned} m &= 0,5 \text{ [kg]} \\ k &= 50 \text{ [N/m]} \\ x &= 0,1 \text{ [m]} \\ v &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p &= E_k \\ \frac{1}{2} \times k \times x^2 &= \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}} \\ v &= \sqrt{\frac{50 \times 0,1^2}{0,5}} = 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

- 1.270. Elastična opruga konstante $k = 40 \text{ N/m}$ visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase 0,8 kg koji miruje. Utteg povučemo prema dolje 0,15 m. a) Do koje će se visine h uteg podići kad ga ispustimo? b) Kolika će biti njegova najveća brzina?

$$\begin{aligned} k &= 40 \text{ [N/m]} \\ m &= 0,8 \text{ [kg]} \\ x &= 0,15 \text{ [m]} \\ h &= ?, v = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= 2 \times x \\ h &= 2 \times 0,15 \\ h &= 0,3 \text{ [m]} \\ E_p &= E_k \\ \frac{1}{2} \times k \times x^2 &= \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}} \\ v &= \sqrt{\frac{40 \times 0,15^2}{0,8}} = 1,06 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$