

3. JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO PRAVOCRTNO GIBANJE (1.41. - 1.63.)

1.41. Tri minute nakon polaska sa stanice vlak je postigao brzinu 56,2 km/h. Izračunaj njegovo srednje ubrzanje u km/h² i u m/s² za te tri minute.

$$\Delta t = 3 [\text{min}] = 0,05 [\text{h}] = 180 [\text{s}]$$

$$\Delta v = 56,2 [\text{km/h}] = 15,61 [\text{m/s}]$$

$$a = ?$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{56,2}{0,05}$$

$$a = 1124 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}^2} \right]$$

$$a = \frac{15,61}{180}$$

$$a = 0,087 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

ili

1.42. Vlak vozi uzbrdo jednoliko usporeno srednjom brzinom 14 m/s. Kolika mu je početna brzina ako je konačna 6 m/s?

$$\bar{v} = 14 [\text{m/s}]$$

$$v_K = 6 [\text{m/s}]$$

$$v_P = ?$$

$$\bar{v} = \frac{v_P + v_K}{2}$$

$$v_P = 2 \times \bar{v} - v_K$$

$$v_P = 2 \times 14 - 6$$

$$v_P = 22 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.43. Tijelo se počinje gibati jednoliko ubrzano i u 10 sekundi prewali 120 m. Koliki put prijeđe to tijelo u prve 4 sekunde?

$$\Delta t = 10 [\text{s}]$$

$$\Delta s = 120 [\text{m}]$$

$$t = 4 [\text{s}]$$

$$s = ?$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 120}{10^2}$$

$$a = 2,4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s = \frac{2,4}{2} \times 4^2$$

$$s = 19,2 [\text{m}]$$

1.44. U trenutku kad se odvojio od zemlje zrakoplov je imao brzinu 255 km/h. Prije toga se ubrzavao na betonskoj pisti preživivši 850 m. Kako se dugo zrakoplov kretao po zemlji prije nego što je uzletio i kojom akceleracijom? Pretpostavimo da je gibanje bilo jednoliko ubrzano.

$$v = 255 \text{ [km/h]} = 70,8 \text{ [m/s]}$$

$$s = 850 \text{ [m]}$$

$$t = ?, a = ?$$

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$

$$a = \frac{70,8^2}{2 \times 850}$$

$$a = 2,95 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 850}{2,95}}$$

$$t = 24 \text{ [s]}$$

1.45. Tijelo se giba jednoliko ubrzano i u osmoj sekundi prevari 30 m. Izračunaj: a) kolikom se akceleracijom tijelo giba, b) kolika mu je brzina na kraju osme sekunde, c) koliki put tijelo prevari u prvoj sekundi?

$$s_8 - s_7 = 30 \text{ [m]}$$

$$a = ?, v = ?, s_1 = ?$$

$$s_8 - s_7 = \frac{a}{2} \times t_8^2 - \frac{a}{2} t_7^2$$

$$30 = \frac{a}{2} \times 8^2 - \frac{a}{2} 7^2$$

$$30 = \frac{a}{2} \times (64 - 49)$$

$$30 = \frac{a}{2} \times 15$$

$$a = \frac{2 \times 30}{15}$$

$$a = 4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$v = a \times t$$

$$v = 4 \times 8$$

$$v = 32 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$s_1 = \frac{a}{2} \times t_1^2$$

$$s_1 = \frac{4}{2} \times 1^2$$

$$s_1 = 2 \text{ [m]}$$

1.46. Kolika je akceleracija tijela koje se giba jednoliko ubrzano, a za vrijeme osme i devete sekunde zajedno prevari put 40 m?

$$s_9 - s_7 = 40 \text{ [m]}$$

$$a = ?$$

$$s_9 - s_7 = \frac{a}{2} (t_9^2 - t_7^2)$$

$$40 = \frac{a}{2} (9^2 - 7^2)$$

$$40 = \frac{a}{2} (81 - 49)$$

$$a = \frac{2 \times 40}{32}$$

$$a = 2,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

- 1.47. Automobil za vrijeme kočenja vozi jednoliko usporeno i pritom mu se brzina umanjuje za 2 m/s^2 . Deset sekundi nakon početka kočenja auto se zaustavio. Koliku je brzinu imao auto u času kad je počeo kočiti? Koliki je put prevalio za vrijeme kočenja?

$$a = 2 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$t = 10 \text{ [s]}$$

$$v = ?, s = ?$$

$$v = a \times t$$

$$v = 2 \times 10$$

$$v = 20 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{2}{2} \times 10^2$$

$$s = 100 \text{ [m]}$$

- 1.48. Vlak koji ima brzinu 20 m/s počinje se usporavati akceleracijom $-0,4 \text{ m/s}^2$. Kad će se vlak zaustaviti i koliki će put prevaliti za to vrijeme?

$$v = 20 \text{ [m/s]}$$

$$a = 0,4 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$t = ?, s = ?$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{20}{0,4}$$

$$t = 50 \text{ [s]}$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{0,4}{2} \times 50^2$$

$$s = 500 \text{ [m]}$$

- 1.49. Tijelo je za 12 s prevalilo put 540 cm . Pritom se prvih 6 sekundi gibalo jednoliko ubrzano, a posljednjih 6 sekundi jednoliko brzinom koju je imalo na kraju šeste sekunde. Odredite put prevaljen u prvoj sekundi i brzinu jednolikoga gibanja.

$$t = 12 \text{ [s]}$$

$$s = 540 \text{ [cm]}$$

$$s_1 = ?, v = ?$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 + v_6 \times t$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 + a \times 6 \times t$$

$$a = \frac{s}{\frac{t^2}{2} + 6 \times t}$$

$$a = \frac{540}{\frac{6^2}{2} + 6 \times 6}$$

$$a = 10 \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right] = 0,1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s_1 = \frac{a}{2} \times t_1^2$$

$$s_1 = \frac{10}{2} \times 1^2$$

$$s_1 = 5 \text{ [cm]} = 0,05 \text{ [m]}$$

$$v_6 = a \times t_6$$

$$v_6 = 10 \times 6$$

$$v_6 = 60 \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right] = 0,6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.50. Koliko će dugo padati kamen s tornja visokoga 150 m? Otpor zraka možemo zanemariti.

$$s = 150 \text{ [m]}$$

$$t = ?$$

$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 150}{9,81}}$$

$$t = 5,53 \text{ [s]}$$

1.51. Papirna vrpca giba se u horizontalnoj ravnini stalnom brzinom 90 cm/s. Na nju padaju istodobno dvije počadene kugle koje se nalaze na istoj vertikali 20 m, odnosno 30 m iznad vrpce. Odredi udaljenost mjesta gdje kugle padaju na vrpcu.

$$v = 90 \text{ [cm/s]} = 0,9 \text{ [m/s]}$$

$$h_1 = 20 \text{ [m]}$$

$$h_2 = 30 \text{ [m]}$$

$$s = ?$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times h_1}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 20}{9,81}}$$

$$t_1 \approx 2 \text{ [s]}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \times h_2}{g}}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 30}{9,81}}$$

$$t_2 \approx 2,5 \text{ [s]}$$

$$s = v \times \Delta t$$

$$s = v \times (t_2 - t_1)$$

$$s = 0,9 \times (2,5 - 2)$$

$$s = 0,45 \text{ [m]} = 45 \text{ [cm]}$$

1.52. S koje visine mora padati voda na kotač vodenice da bi u času kad udari o kotač njezina brzina bila 15 m/s?

$$v = 15 \text{ [m/s]}$$

$$h = ?$$

$$v^2 = 2 \times g \times h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \times g}$$

$$h = \frac{15^2}{2 \times 9,81}$$

$$h \approx 11,47 \text{ [m]}$$

1.53. Kako dugo pada tijelo sa stropa sobe visoke 317 cm? Kojom će brzinom tijelo pasti na pod? Kolika mu je srednja brzina na putu od stropa do poda?

$$h = 317 \text{ [cm]} = 3,17 \text{ [m]}$$

$$t = ?, v = ?, \bar{v} = ?$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 3,17}{9,81}}$$

$$t = 0,8 \text{ [s]}$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3,17}$$

$$v = 7,8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\bar{v} = \frac{v_P + v_K}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{0 + 7,8}{2}$$

$$\bar{v} = 3,9 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

1.54. Dva tijela koja padaju s različitih visina, padnu na zemlju istog trenutka. Pri tome prvo tijelo pada 1 s, a drugo 2 s. Na kojoj je udaljenosti od zemlje bilo drugo tijelo kad je prvo počelo padati?

$$\begin{aligned}t_1 &= 1 \text{ [s]} \\t_2 &= 2 \text{ [s]} \\h_2 - h_1 &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h_1 &= \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 & h_2 &= \frac{1}{2} \times g \times t_2^2 \\h_1 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times 1^2 & h_2 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times 2^2 & h_2 - h_1 &= 19,62 - 4,905 \\h_1 &= 4,905 \text{ [m]} & h_2 &= 19,62 \text{ [m]} & h_2 - h_1 &= 14,715 \text{ [m]}\end{aligned}$$

1.55. Tijelo pada slobodno s tornja visokoga 150 m. Razdijelite tu visinu u takva dva dijela tako da za svaki dio tijelu treba jednako vrijeme.

$$\begin{aligned}h &= 150 \text{ [m]} \\t_1 &= t_2 \\h_1 &= ?, h_2 = ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t &= \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} & t_1 = t_2 = \frac{t}{2} & h_1 &= \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 & h_2 &= h - h_1 \\t &= \sqrt{\frac{2 \times 150}{9,81}} & t_1 = t_2 = \frac{5,53}{2} & h_1 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times 2,765^2 & h_2 &= 150 - 37,5 \\t &= 5,53 \text{ [s]} & t_1 = t_2 = 2,765 \text{ [s]} & h_1 &= 37,5 \text{ [m]} & h_2 &= 112,5 \text{ [m]}\end{aligned}$$

1.56. Sa žlijeba na krovu kuće svakih 0,2 s padne kap vode. Koliko će međusobno biti udaljene prve četiri kapi 2 s pošto je počela padati prva kap?

$$\begin{aligned}t &= 2 \text{ [s]} \\ \Delta t &= 0,2 \text{ [s]} \\s_1 &= ?, s_2 = ?, s_3 = ?, s_4 = ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_1 &= \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 & s_2 &= \frac{1}{2} \times g \times (t - \Delta t)^2 & s_3 &= \frac{1}{2} \times g \times (t - 2 \times \Delta t)^2 \\s_1 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times 2^2 & s_2 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times (2 - 0,2)^2 & s_3 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times (2 - 2 \times 0,2)^2 \\s_1 &= 19,62 \text{ [m]} & s_2 &= 15,89 \text{ [m]} & s_3 &= 12,56 \text{ [m]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_4 &= \frac{1}{2} \times g \times (t - 3 \times \Delta t)^2 & s_1 - s_2 &= 19,62 - 15,89 = 3,73 \text{ [m]} \\s_4 &= \frac{1}{2} \times 9,81 \times (2 - 3 \times 0,2)^2 & s_2 - s_3 &= 15,89 - 12,56 = 3,33 \text{ [m]} \\s_4 &= 9,61 \text{ [m]} & s_3 - s_4 &= 12,56 - 9,61 = 2,95 \text{ [m]}\end{aligned}$$

1.57. Vlak se giba jednoliko ubrzano akceleracijom $a = 10 \text{ km/h}^2$. Nacrtaj grafikon prewaljenog puta u ovisnosti o vremenu za tri sata.

$$a = 10 \text{ [km/h}^2\text{]}$$

$$\Delta t = 3 \text{ [h]}$$

s - t, grafikon = ?

$$t = 1 \text{ [h]}$$

$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

$$s = \frac{1}{2} \times 9,81 \times 1^2$$

$$s = 4,905 \text{ [m]}$$

$$t = 2 \text{ [h]}$$

$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

$$s = \frac{1}{2} \times 9,81 \times 2^2$$

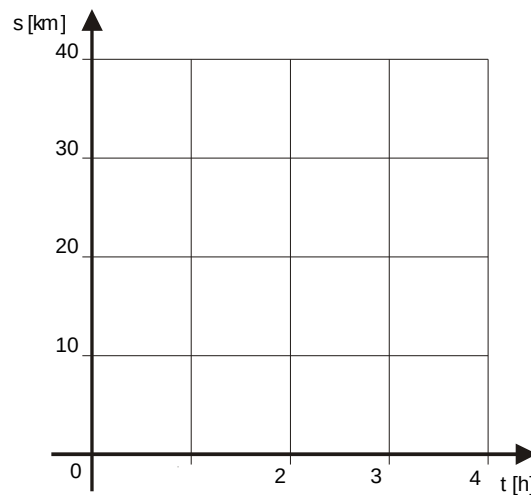
$$s = 19,62 \text{ [m]}$$

$$t = 3 \text{ [h]}$$

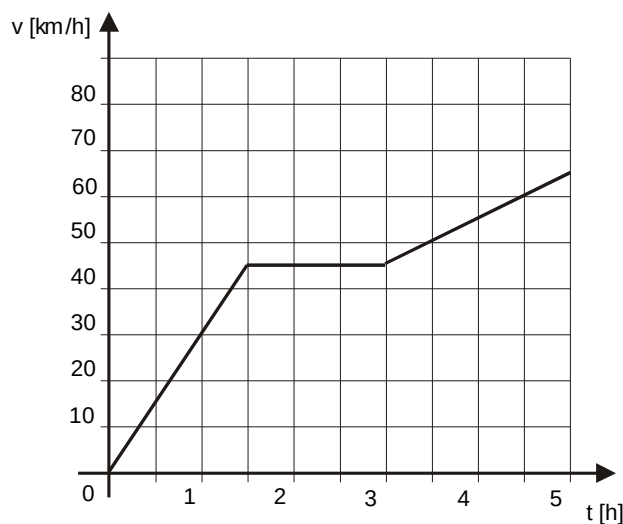
$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

$$s = \frac{1}{2} \times 9,81 \times 3^2$$

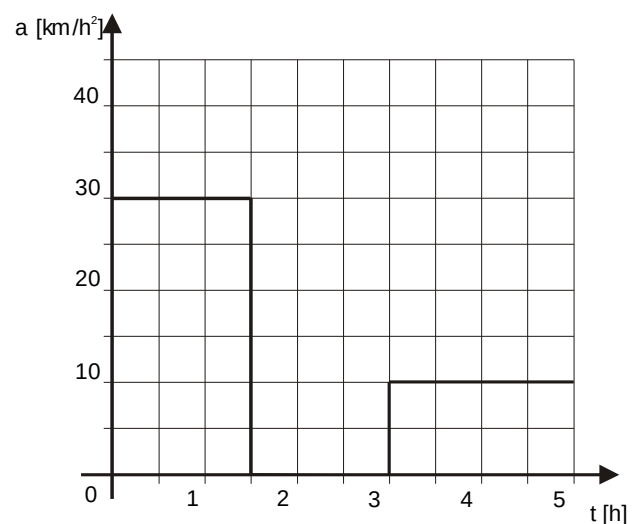
$$s = 44,145 \text{ [m]}$$



1.58. Iz zadanoga grafikona brzine gibanja nekog tijela na slijedećoj slici nacrtaj grafikon akceleracije. Iz zadanoga grafikona odredi put što ga je tijelo prevalo za prva 3 sata te za prvih 5 sati.



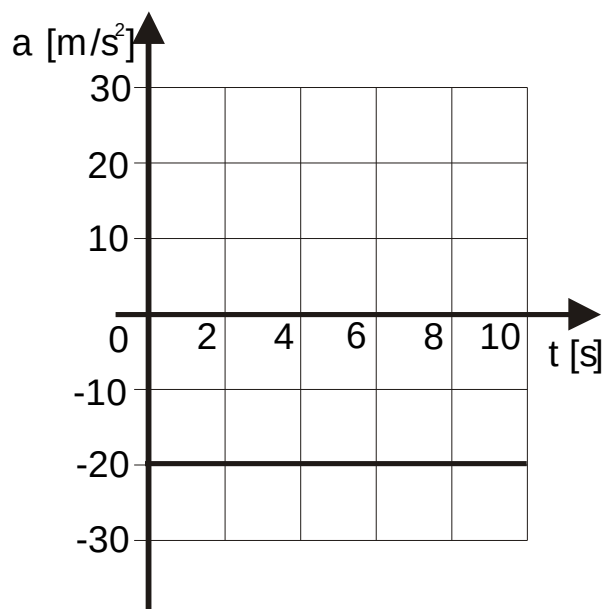
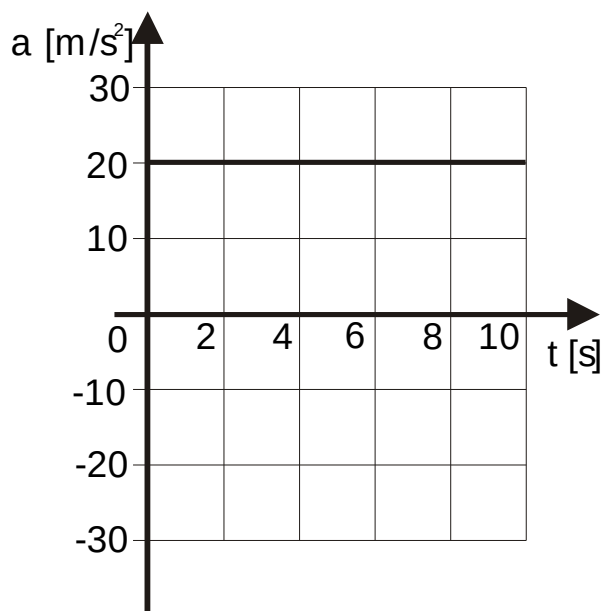
Rješenje:



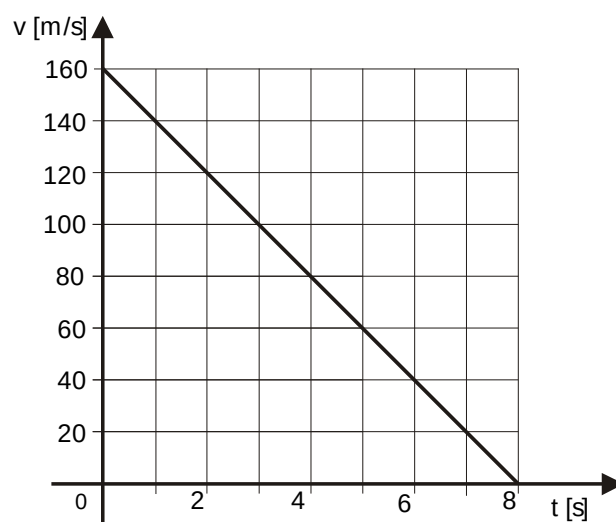
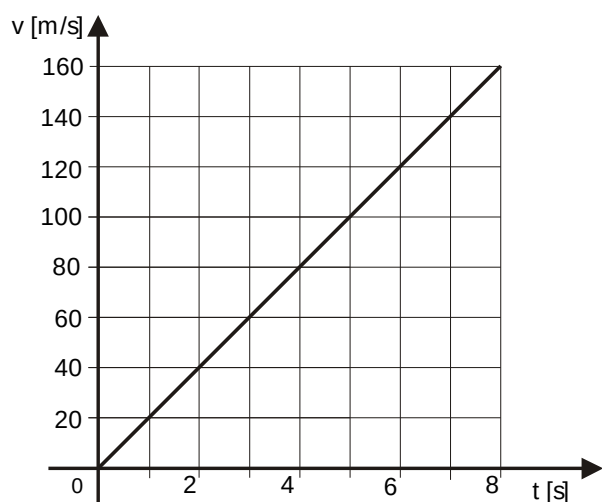
$$s_3 = \frac{45 \times 1,5}{2} + 45 \times 1,5 = 33,75 + 67,5 = 101,25 \text{ [km]}$$

$$s_5 = s_3 + 45 \times 2 + \frac{20 \times 2}{2} = 101,25 + 90 + 20 = 211,25 \text{ [km]}$$

1.59. Na slijedećoj slici zadana su dva grafikona. Kakva gibanja oni predočuju? Nacrtaj grafikone brzina za oba smjera. Koliki su putovi za oba primjera nakon 8 s gibanja?



Rješenja:



$$s_1 = s_2 = \frac{8 \times 160}{2} = 640 [\text{m}]$$

1.60. Dizalo se u prve dvije sekunde podiže jednoliko ubrzano i postigne brzinu 2 m/s kojom nastavlja gibanje u iduće 4 sekunde. Posljednje dvije sekunde dizalo se podiže jednoliko usporeno jednakom akceleracijom koju je imalo u prve dvije sekunde, ali suprotnog predznaka. Nacrtaj grafikon brzine gibanja dizala te računski i grafički nađi visinu do koje se dizalo podiglo.

$$t_1 = 2 \text{ [s]}$$

$$v_2 = 2 \text{ [m/s]}$$

$$t_2 = 4 \text{ [s]}$$

$$t_3 = 2 \text{ [s]}$$

$$h = ?$$

Računski:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{2}{2}$$

$$a = 1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \times a \times t_1^2$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2$$

$$s_1 = 2 \text{ [m]}$$

$$s_2 = v_2 \times t_2$$

$$s_2 = 2 \times 4$$

$$s_2 = 8 \text{ [m]}$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \times a \times t_3^2$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2$$

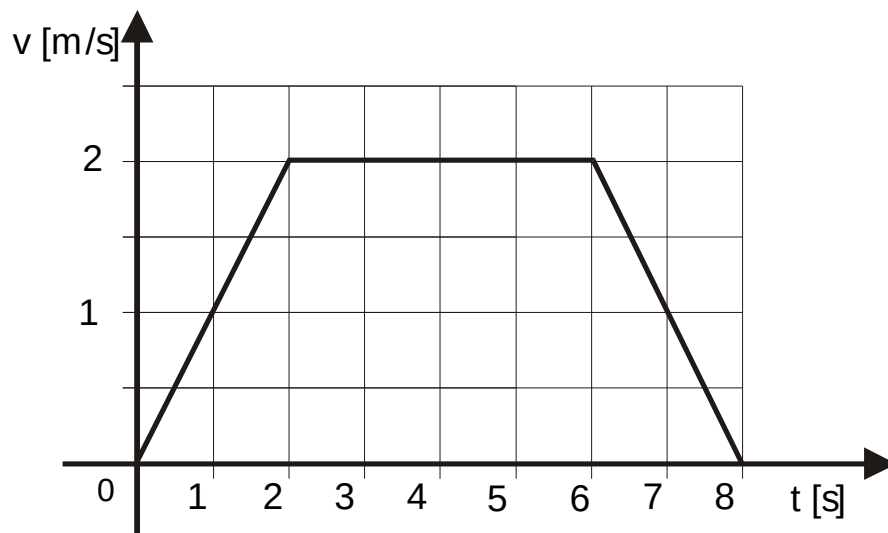
$$s_3 = 2 \text{ [m]}$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3$$

$$s = 2 + 8 + 2$$

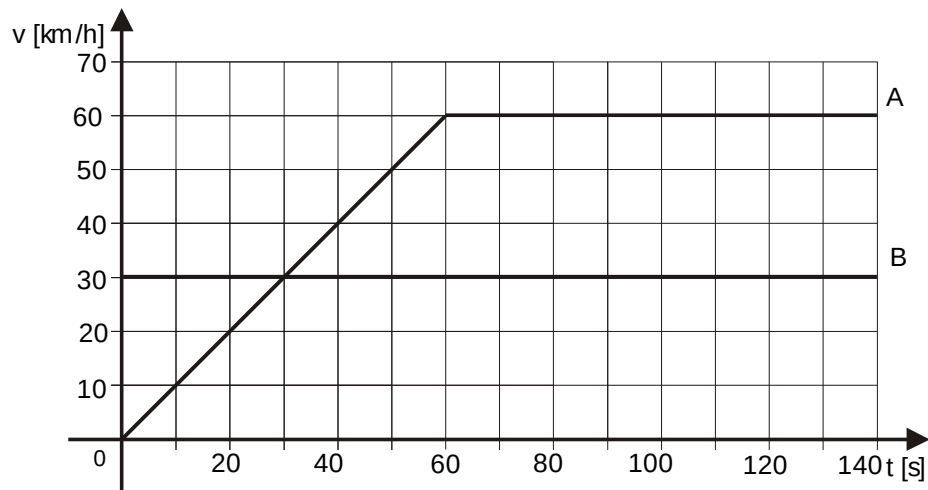
$$s = 12 \text{ [m]}$$

Grafički:



$$s = \frac{2 \times 2}{2} + 4 \times 2 + \frac{2 \times 2}{2} = 12 \text{ [m]}$$

- 1.61. Automobil A započeo je vožnju iz mirovanja. U istom ga času pretječe auto B koji vozi stalnom brzinom. Na slijedećoj slici prikazan je grafikon njihovih brzina. Odgovori pomoću grafikona na ova pitanja: a) Kada će oba auta imati jednake brzine? b) Koliko će u tom času auto B biti ispred auta A? c) Kada će auto A dostići auto B i koliko je to mjesto daleko od početka gibanja auta A? d) Kolika je njihova međusobna udaljenost nakon 2 minute vožnje?



a) Oba auta imati će jednake brzine nakon 30 sekundi.

b)

$$s_B = v_B \times t = \frac{30000}{3600} \times 30 = 250[\text{m}]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\frac{60000}{3600}$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

$$a = \frac{3600}{60}$$

$$a = 0,28 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times 0,28 \times 30^2$$

$$s_A = 126[\text{m}]$$

$$s_B - s_A = 250 - 126 = 124 [\text{m}]$$

c) Auto A sustiže auto B nakon 60 s, jer su tada njihovi prijeđeni putovi jednaki (površine ispod grafa su jednake).

$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times 0,27 \times 60^2$$

$$s_A = 500[\text{m}]$$

$$s_B = v_B \times t$$

$$s_B = \frac{30000}{3600} \times 60$$

$$s_B = 500[\text{m}]$$

d)

$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + v \times t$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times 0,27 \times 60 + \frac{60000}{3600} \times 60$$

$$s_A = 500 + 1000$$

$$s_A = 1500[\text{m}]$$

$$s_B = v_B \times t$$

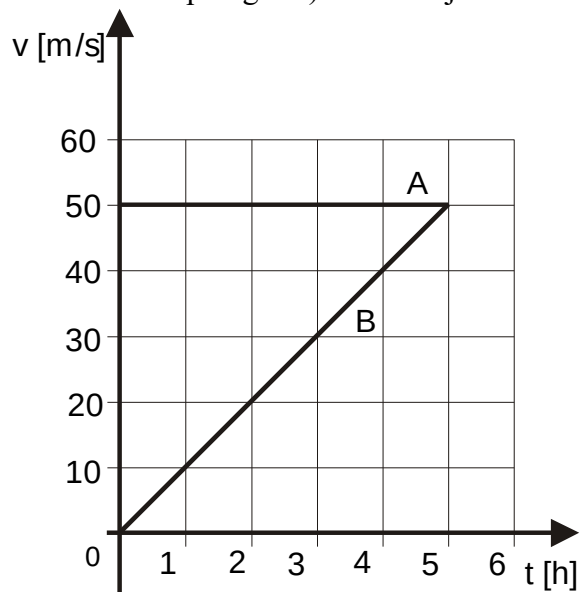
$$s_B = \frac{30000}{3600} \times 120$$

$$s_B = 1000[\text{m}]$$

$$s_A - s_B = 1500 - 1000 = 500 [\text{m}]$$

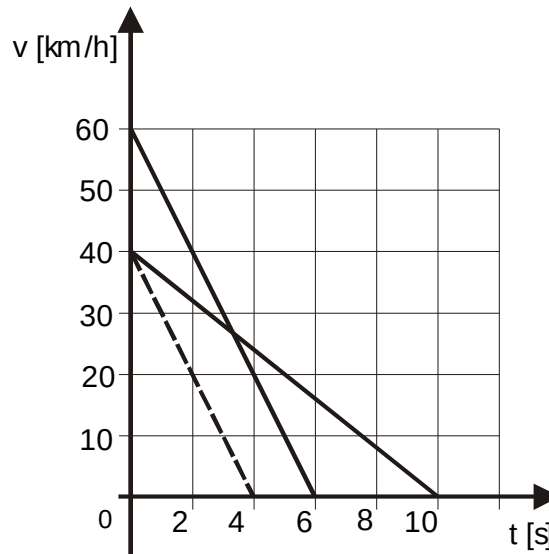
1.62. Nacrtaj grafikon brzina - vrijeme za auto koji se giba stalnom brzinom 50 km/h. U istome koordinatnom sustavu nacrtaj grafikon brzina - vrijeme za auto koji se počeo gibati iz stanja mirovanja i jednoliko povećava brzinu do najveće brzine 50 km/h. Zaključi iz grafikona kakva veza postoji između udaljenosti koju su oba auta prevalila za vrijeme dok se drugi auto ubrzavao. Vrijedi li ta veza za svaku akceleraciju?

Udaljenost koju prelazi auto A u svakom je trenutku dvostruko veća od udaljenosti koju je prešao auto B (to se vidi pomoću površina nastalih likova ispod grafa). To bi vrijedilo za svaku akceleraciju.



- 1.63. Vozač auta koji vozi brzinom 60 km/h, počinje kočiti, jednoliko usporavati vožnju i zaustavlja se za 6 sekundi. Drugi vozač, koji vozi brzinom 40 km/h, slabije pritišće kočnice i zaustavi se za 10 sekundi. a) Prikaži grafički u istome koordinatnom sustavu vezu između brzine i vremena za oba auta. b) Odredi grafikonom koji će auto prijeći veći put za vrijeme usporavanja. c) Dodaj grafikonu pravac koji prikazuje kako drugi automobil usporava vožnju jednakom akceleracijom kao i prvi. Koliko će dugo trajati to usporavanje?

a)



b)

$$s_1 = \frac{60000}{2} \times \frac{3600}{2} \times 6 = 50[m]$$

$$s_2 = \frac{40000}{2} \times \frac{3600}{2} \times 10 = 55,5[m]$$

$$s_2 > s_1$$

- c) Da bi automobili usporavali jednakom akceleracijom, pravci u $v - t$ dijagramu moraju biti usporedni. Iz slike slijedi da bi u tom slučaju vrijeme usporavanja drugog automobila iznosilo $t = 4$ [s].