

23. COULOMBOV ZAKON (4.1. - 4.18.)

4.1. Dva sitna tijela jednakih naboja međusobno su udaljena 0,3 m i privlače se silom $50 \mu\text{N}$. Koliko iznosi svaki naboj?

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 \\ r &= 0,3 \text{ [m]} \\ F &= 50 \text{ [\mu N]} \\ Q_1 = Q_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1^2}{r^2} \\ Q_1 &= \sqrt{\frac{F \cdot r^2}{k}} \\ Q_1 &= \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3^2}{9 \cdot 10^9}} = 2,236 \cdot 10^{-8} \text{ [C]} \\ Q_1 = Q_2 &= 2,236 \cdot 10^{-8} \text{ [C]} \end{aligned}$$

4.2. Odredi kolikom će silom međusobno djelovati dva naboja na udaljenosti 5 cm ako na udaljenosti 1 cm međusobno djeluju silom $5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

$$\begin{aligned} r_2 &= 5 \text{ [cm]} = 0,05 \text{ [m]} \\ r_1 &= 1 \text{ [cm]} = 0,01 \text{ [m]} \\ F_1 &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ [N]} \\ F_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \Rightarrow Q_1 \cdot Q_2 = \frac{F_1 \cdot r_1^2}{k} \\ Q_1 \cdot Q_2 &= \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,01^2}{9 \cdot 10^9} = 5,55 \cdot 10^{-18} \text{ [C]} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5,55 \cdot 10^{-18}}{0,05^2} = 1,998 \cdot 10^{-5} \text{ [N]} \end{aligned}$$

4.3. Koliko će se izmijeniti sila kojom međusobno djeluju dva točkasta naboja ako svaki od njih povećamo tri puta te također razmak među njima povećamo tri puta?

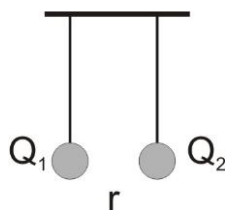
$$\begin{aligned} F_1, Q_1, Q_2, r_1 \\ F_2, Q_1' = 3Q_1, Q_2' = 3Q_2, r_2 = 3r_1 \\ \frac{F_1}{F_2} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_1 &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ F_2 &= k \cdot \frac{Q_1' \cdot Q_2'}{r_2^2} = k \cdot \frac{3 \cdot Q_1 \cdot 3Q_2}{(3r_1)^2} = k \cdot \frac{9 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{9r_1^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ \rightarrow F_1 &= F_2 \end{aligned}$$

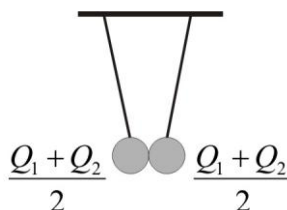
4.4. Dvije jednake kuglice nalaze se u zraku na međusobnoj udaljenosti r . Kuglice imaju naboj Q_1 i Q_2 . Dotaknemo ih i vratimo u prijašnji položaj. Koliki je omjer sila koje među njima djeluju prije i poslije doticanja?

r, Q_1, Q_2

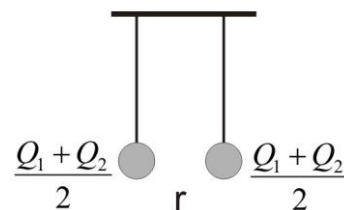
$$\frac{F_1}{F_2} = ?$$



$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$



$$F_2 = k \cdot \frac{\frac{Q_1 + Q_2}{2} \cdot \frac{Q_1 + Q_2}{2}}{r^2} = k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2}$$



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}{k \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4 \cdot r^2}} = \frac{4 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2}$$

4.5. Množina elektriciteta od jednog kulona sadrži $6,25 \cdot 10^{18}$ elektronskih naboja. Koliko bi elektrona otpalo na svaki četvorni metar Zemljine površine kad bi se ta množina elektriciteta jednoliko raspodijelila po njoj? Polumjer Zemlje $R \approx 6400$ km.

$$1 \text{ C} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ e}$$

$$R_Z = 6400 \text{ km} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ [m]}$$

$N = ?$

$$O = 4 \cdot R_Z^2 \cdot \pi$$

$$O = 4 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2 \cdot \pi = 5,147 \cdot 10^{14} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$N = \frac{6,25 \cdot 10^{18}}{5,147 \cdot 10^{14}} = 12143 \left[\frac{\text{elektrona}}{\text{m}^2} \right]$$

4.6. Jedna kugla ima naboj od $8,3 \cdot 10^{-9}$ C, druga $-6,6 \cdot 10^{-9}$ C. Kugle su međusobno udaljene 10 cm. Kolikom se silom privlače kugle: a) u zraku, b) u vodi relativne permitivnosti $\epsilon_r = 80$?

$$Q_1 = 8,3 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}$$

$$Q_2 = -6,6 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}$$

$$r = 10 \text{ [cm]} = 0,1 \text{ [m]}$$

a) zrak: $F = ?$

b) voda: $\epsilon_r = 80$

$F = ?$

a)

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8,3 \cdot 10^{-9} \cdot (-6,6 \cdot 10^{-9})}{0,1^2} = -4,93 \cdot 10^{-5} \text{ [N]}$$

b)

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon_r \cdot r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8,3 \cdot 10^{-9} \cdot (-6,6 \cdot 10^{-9})}{80 \cdot 0,1^2} = -6,16 \cdot 10^{-7} \text{ [N]}$$

4.7. Kolikom se silom odbijaju dva jednaka točkasta naboja od 10^{-7} C ako se nalaze u zraku na međusobnoj udaljenosti 2, 4, 6, 8 i 10 cm? Nacrtajte grafički prikaz ovisnosti sile o udaljenosti od naboja?

$$Q_1 = Q_2 = 10^{-7} \text{ [C]}$$

$$r_1 = 2 \text{ [cm]}$$

$$r_2 = 4 \text{ [cm]}$$

$$r_3 = 6 \text{ [cm]}$$

$$r_4 = 8 \text{ [cm]}$$

$$r_5 = 10 \text{ [cm]}$$

$$F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 = ?$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

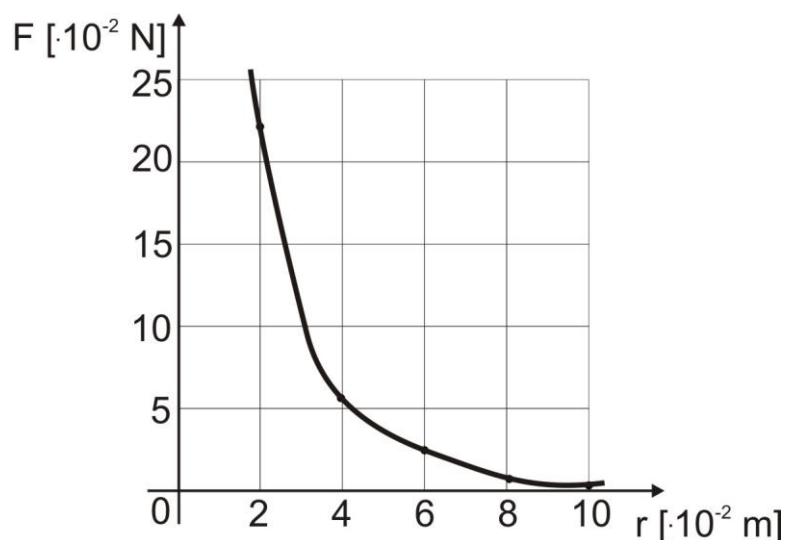
$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,02^2} = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-4}} = 22,5 \cdot 10^{-2} \text{ [N]}$$

$$F_2 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,04^2} = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{1,6 \cdot 10^{-3}} = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ [N]}$$

$$F_3 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_3^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,06^2} = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{3,6 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ [N]}$$

$$F_4 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_4^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,08^2} = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{6,4 \cdot 10^{-3}} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ [N]}$$

$$F_5 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_5^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,1^2} = \frac{9 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ [N]}$$



4.8. Atom vodika ima jedan proton u jezgri i jedan elektron koji kruži oko jezgre. Uz pretpostavku da je staza elektrona kružna, nađite: a) silu kojom međusobno djeluju proton i elektron ako je razmak između tih dviju čestica $5,3 \cdot 10^{-11}$ m, b) linearnu brzinu elektrona.

$$r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ [m]} \quad \text{a)}$$

$$\text{a) } F = ?$$

$$\text{b) } v = ?$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = \frac{2,304 \cdot 10^{-28}}{2,809 \cdot 10^{-21}} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ [N]}$$

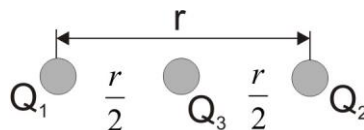
$$\text{b)}$$

$$F_C = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_C \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{8,2 \cdot 10^{-8} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,184 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

4.9. Kolikom ukupnom silom djeluju dva jednaka istoimena naboja na treći isto takav naboj koji se nalazi na polovini njihova međusobnog razmaka?

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$F = ?$$



$$F_{1,3} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \qquad F_{2,3} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

$$F_{1,3} = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2} \qquad F_{2,3} = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2}$$

$$F = F_{1,3} - F_{2,3}$$

$$F = k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2} - k \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{r^2} = 0$$

4.10. Odredi kolika je relativna permitivnost petroleja ako dva jednaka naboja $\frac{1}{3} \cdot 10^{-9} [C]$ međusobno djeluju u petroleju na udaljenosti 1 cm silom $5 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} [C]$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon_r \cdot r^2}$$

$$r = 1 \text{ [cm]} = 10^{-2} \text{ [m]}$$

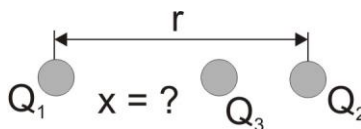
$$F = 5 \cdot 10^{-6} \text{ [N]}$$

$$\varepsilon_r = ?$$

$$\varepsilon_r = \frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{F \cdot r^2} = \frac{k \cdot Q^2}{F \cdot r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}\right)^2}{5 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-2})^2} = \frac{10^{-9}}{5 \cdot 10^{-10}} = 2$$

4.11. Dva točkasta naboja $Q_1 = +10^8 \text{ C}$ i $Q_2 = +2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ nalaze se u zraku međusobno udaljeni 50 cm. Na kojemu se mjestu između njih naboj Q_3 nalazi u ravnoteži?

$$\begin{aligned} Q_1 &= +10^8 \text{ [C]} \\ Q_2 &= +2 \cdot 10^{-9} \text{ [C]} \\ r &= 50 \text{ [cm]} = 0,5 \text{ [m]} \\ x &= ? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F_{1,3} &= F_{2,3} \\ k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{x^2} &= k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{(r-x)^2} \\ \frac{Q_1}{x^2} &= \frac{Q_2}{(r-x)^2} \\ \frac{(r-x)^2}{x^2} &= \frac{Q_2}{Q_1} \\ \frac{r-x}{x} &= \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \\ \frac{r}{x} - 1 &= \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \\ x &= \frac{r}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} = \frac{0,5}{1 + \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-9}}{10^8}}} = 0,3455 \text{ [m]} \end{aligned}$$

4.12. Dva točkasta naboja nalaze se u zraku međusobno udaljeni 20 cm. Na koju međusobnu udaljenost treba smjestiti te naboje u ulju, relativne permitivnosti $\epsilon_r = 5$, da bismo postigli jednaku uzajamnu silu djelovanja?

$$\begin{aligned} r_{\text{zrak}} &= 20 \text{ [cm]} = 0,2 \text{ [m]} \\ \epsilon_r &= 5 \\ r_{\text{ulje}} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{zrak}} &= F_{\text{ulje}} \\ k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{\text{zrak}}^2} &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon_r \cdot r_{\text{ulje}}^2} \\ \frac{1}{r_{\text{zrak}}^2} &= \frac{1}{\epsilon_r \cdot r_{\text{ulje}}^2} \\ r_{\text{ulje}} &= \sqrt{\frac{r_{\text{zrak}}^2}{\epsilon_r}} = \sqrt{\frac{0,2^2}{5}} = 0,089 \text{ [m]} \end{aligned}$$

4.13. Kolika je ukupna masa svih elektrona u naboju 1 C?

$$\begin{aligned} Q &= 1 \text{ [C]} \\ m &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= N \cdot e \\ N &= \frac{Q}{e} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ elektrona} \\ m &= N \cdot m_e = 6,25 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} = 5,69 \cdot 10^{-12} \text{ [kg]} \end{aligned}$$

4.14. Dvije jednake kugle naboja $4 \cdot 10^{-11}$ C i 10^{-11} C nalaze se u zraku na udaljenosti koja je mnogo veća od njihovih polumjera. Odredi mase kugala ako je poznato da je gravitacijska sila kojom se privlače kugle uravnotežena električnom silom zbog koje se kugle odbijaju.

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 \\ Q_1 &= 4 \cdot 10^{-11} \text{ [C]} \\ Q_2 &= 10^{-11} \text{ [C]} \\ F_g &= F_e \\ m &= ? \end{aligned}$$

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = G \cdot \frac{m^2}{r^2}$$

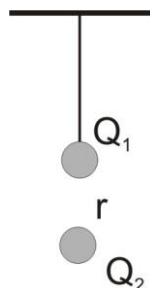
$$F_E = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$G \cdot \frac{m^2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$m = \sqrt{\frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{G}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-11}}{6,67 \cdot 10^{-11}}} = 0,232 \text{ [kg]}$$

4.15. Kuglica mase 150 mg, naboja 10^{-8} C, obješena je na niti izolatora. Na udaljenosti 32 cm ispod kuglice stavimo drugu kuglicu. Koliki mora biti po veličini i predznaku naboj na toj kuglici da bi se napetost niti udvostručila?

$$\begin{aligned} m &= 150 \text{ [mg]} = 150 \cdot 10^{-6} \text{ [kg]} \\ Q_1 &= 10^{-8} \text{ [C]} \\ r &= 32 \text{ [cm]} = 0,32 \text{ [m]} \\ N_2 &= 2N_1 \\ Q_2 &= ? \end{aligned}$$



$$N_1 = G$$

$$N_2 = G + F_E \quad N_2 = 2 \cdot N_1$$

$$G + F_E = 2 \cdot G$$

$$F_E = G$$

$$k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = m \cdot g$$

$$Q_2 = \frac{m \cdot g \cdot r^2}{k \cdot Q_1} = \frac{150 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81 \cdot 0,32^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8}}$$

$$Q_2 = 1,674 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}$$

4.16. Kolikom bi se silom privlačile dvije jednake olovne kugle polumjera $R = 1$ cm međusobno udaljene $r = 1$ m kad bismo svakom atomu prve kugle oduzeli po jedan elektron i sve te elektrone predali drugoj kugli?

$$\begin{aligned} R &= 1 \text{ [cm]} = 10^{-2} \text{ [m]} \\ r &= 1 \text{ [m]} \\ F &= ? \end{aligned}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot (10^{-2})^3 \cdot \pi$$

$$m = 11300 \cdot 4,188 \cdot 10^{-6}$$

$$m = 0,0473 \text{ [kg]}$$

$$V = 4,188 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{0,0473}{207,2 \cdot 10^{-3}} = 0,228 \text{ mola}$$

$$N = n \cdot N_A = 0,228 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 1,37 \cdot 10^{23}$$

$$Q = N \cdot e = 1,37 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 21995,41 \text{ [C]}$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{21995,41^2}{1^2} = 4,35 \cdot 10^{18} \text{ [N]}$$

4.17. Dvije jednake kuglice, svaka mase 1,5 g, vise u zraku na izoliranim nitima jednakih duljina obješenima u jednoj točki. Kuglice nabijemo negativno jednakim količinama naboja i one se razmaknu na udaljenost 10 cm, dok je kut što ga zatvaraju niti 36° . Koliki je naboj primila svaka kuglica?

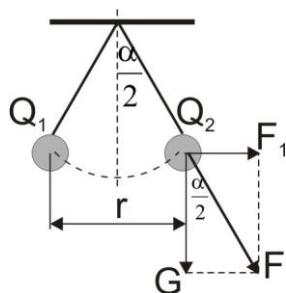
$$m = m_1 = m_2 = 1,5 \text{ [g]} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$r = 10 \text{ [cm]} = 0,1 \text{ [m]}$$

$$\alpha = 36^\circ$$

$$Q = ?$$



$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F_1}{G}$$

$$F_E = F_1$$

$$F_E = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$$

$$F_1 = G \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$Q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot r^2}{k}} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ \cdot 0,1^2}{9 \cdot 10^9}} = 7,288 \cdot 10^{-8} \text{ [C]}$$

4.18. Hoće li se promijeniti gustoća naboja na površini vodiča koji ima oblik pravokutne ploče ako tu ploču savijemo tako da poprimi oblik valjka?

ploča:

$$E = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \sigma$$

$$\sigma = \frac{E}{2 \cdot \pi \cdot k}$$

cilindar:

$$E = 4 \cdot \pi \cdot k \cdot \sigma$$

$$\sigma = \frac{E}{4 \cdot \pi \cdot k}$$