

19. IZOTERMNA, IZOBARNA I IZOHORNA PROMJENA STANJA PLINA (3.73. - 3.98.)

3.73. Nađi broj molekula vodika u posudi obujma 1 cm^3 ako je tlak plina na stijenke posude $2,7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, a srednja brzina molekula 2400 m/s .

$$\begin{aligned} m_{\text{He}} &= 2 \cdot 10^{-3} [\text{kg}] \\ V &= 1 [\text{cm}^3] = 10^{-6} [\text{m}^3] \\ p &= 2,7 \cdot 10^4 [\text{Pa}] \\ \bar{v} &= 2400 [\text{m/s}] \\ N &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m \cdot \bar{v}^2 \\ 3 \cdot p \cdot V &= N \cdot m \cdot \bar{v}^2 \\ N &= \frac{3 \cdot p \cdot V}{m \cdot \bar{v}^2} = \frac{3 \cdot 2,7 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2400^2} = 7,03 \cdot 10^{-6} \\ N &= 7,03 \cdot 10^{-6} \cdot N_A = 7,03 \cdot 10^{-6} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 4,23 \cdot 10^{18} \text{ molekula} \end{aligned}$$

3.74. U 1 cm^3 plina ima $1,45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1,242 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

$$\begin{aligned} V &= 1 \text{ cm}^3 \\ N &= 1,45 \cdot 10^{12} \text{ molekula} \\ \bar{E}_K &= 1,242 \cdot 10^{-20} \text{ J} \\ p &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{E}_K \\ p &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1,45 \cdot 10^{12}}{10^{-6}} \cdot 1,242 \cdot 10^{-20} \\ p &= 0,012 [\text{Pa}] \end{aligned}$$

3.75. Pri tlaku $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ gustoća kisika iznosi $1,43 \text{ kg/m}^3$. Izračunaj srednju brzinu gibanja molekula.

$$\begin{aligned} p &= 1,013 \cdot 10^5 [\text{Pa}] \\ \rho &= 1,43 [\text{kg/m}^3] \\ \bar{v} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v}^2 \\ \bar{v} &= \sqrt{\frac{3 \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{1,43}} = 460,99 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

3.76. Kako se mijenja uzgon koji djeluje na mjehur zraka koji se podiže s dna jezera prema njegovoj površini? Pretpostavljamo da je temperatura jezera na svim dubinama jednaka.

$$F_{uz} = \rho \cdot V_{ur} \cdot g$$

Sila uzgona ovisi o volumenu mjehura zraka.
Podizanjem prema površini, hidrostatski tlak na mjehur postaje manji, pa mjehur povećava volumen.
Iz toga slijedi da kada mjehur putuje prema površini, sila uzgona postaje sve veća.

3.77. Neka količina zraka nalazi se pod tlakom $9,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Kako će se promijeniti obujam zraka kad tlak poraste na $2,03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a temperatura ostane stalna?

$$\begin{aligned} p_1 &= 9,6 \cdot 10^4 [\text{Pa}] \\ p_2 &= 2,03 \cdot 10^5 [\text{Pa}] \\ t &= \text{konst} \\ V_2/V_1 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{p_1}{p_2} = \frac{9,6 \cdot 10^4}{2,03 \cdot 10^5} = 0,472 \\ V_2 &= 0,472 \cdot V_1 \end{aligned}$$

3.78. U cilindru s pomičnim klipom nalazi se plin. Klip ima površinu 20 cm^2 i masu $0,6 \text{ kg}$. Atmosferski tlak je 10^5 Pa . Kolikom dodatnom silom moramo djelovati na klip da se obujam plina u cilindru smanji na polovinu? Promjena je izotermna.

$$A = 20 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} [\text{m}^2]$$

$$m = 0,6 [\text{kg}]$$

$$p_a = 10^5 [\text{Pa}]$$

$$t = \text{konst}$$

$$V_1 = 2V_2$$

$$F_2 = ?$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_1 \cdot 2V_2 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_2 = 2 \cdot p_1$$

$$p_1 = \frac{F}{A} + p_a = \frac{m \cdot g}{A} + p_a$$

$$p_1 = \frac{0,6 \cdot 9,81}{2 \cdot 10^{-3}} + 10^5 = 102943 [\text{Pa}]$$

$$p_2 = 2 \cdot 102943 = 205886 [\text{Pa}]$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 102943$$

$$F = \Delta p \cdot A = 102943 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 205,886 [\text{N}]$$

3.79. U vertikalnoj cijevi koja je s donje strane zatvorena, stupac žive visine 4 cm zatvara stupac zraka obujma 6 cm^3 . Površina je poprečnog presjeka cijevi $0,1 \text{ cm}^2$. Kolika će biti visina stupca zraka ako visinu stupca žive povećamo dodavanjem $27,2 \text{ g}$ žive uz tlak $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

$$h = 4 \text{ cm}$$

$$V = 6 \text{ cm}^3$$

$$A = 0,1 \text{ cm}^2$$

$$m_{\text{Hg}} = 27,2 \text{ g}$$

$$p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} =$$

$$76 \text{ cm Hg}$$

$$h_2 = ?$$

$$m = \rho \cdot V + 27,2 = 13,6 \cdot 6 + 27,2 = 32,64 [\text{g}]$$

$$V' = \frac{m}{\rho} = \frac{32,64}{13,6} = 2,4 [\text{cm}^3]$$

$$h = \frac{V}{A} = \frac{2,4}{0,1} = 24 [\text{cm}]$$

$$V_1 = 6 [\text{cm}^3] \rightarrow p_1 = (76 + 4) \text{ cmHg}$$

$$V_2 \rightarrow p_2 = (76 + 24) \text{ cmHg}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{80 \cdot 6}{100} = 4,8 [\text{cm}^3]$$

$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{4,8}{0,1} = 48 [\text{cm}]$$

3.80. U horizontalno smještenoj uskoj staklenoj cijevi, s jedne strane zatvorenoj, nalazi se stupac zraka dug 30,7 cm, a zatvara ga stupac žive dug 21,6 cm. Kolika će biti duljina stupca zraka ako cijev postavimo: a) vertikalno, otvorom okrenutim gore; b) vertikalno, otvorom okrenutim dolje; c) pod kutom 30° prema horizontalnoj ravni, otvorom okrenutim dolje? Atmosferski tlak drži ravnotežu stupca žive visine 747 mm.

$h = 30,7 \text{ cm}$
 $h_z = 21,6 \text{ cm}$
 $p_a = 74,7 \text{ cm Hg}$
 a) $h_1 = ?$
 b) $h_2 = ?$
 c) $h_3 = ?$

a)

$$p_1 = (74,7 + 21,6) \text{ cmHg}$$

$$p_1 = 95,6 [\text{cmHg}]$$

$$p \cdot V = p_1 \cdot V_1$$

$$V_1 = \frac{p \cdot V}{p_1}$$

$$A \cdot h_1 = \frac{p \cdot A \cdot h}{p_1}$$

$$h_1 = \frac{p \cdot h}{p_1} = \frac{74,7 \cdot 30,7}{95,6} = 23,81 [\text{cm}]$$

b)

$$p_2 = (74,7 - 21,6) \text{ cmHg}$$

$$p_2 = 53,1 [\text{cmHg}]$$

$$p \cdot V = p_2 \cdot V_2$$

$$V_2 = \frac{p \cdot V}{p_2}$$

$$A \cdot h_2 = \frac{p \cdot A \cdot h}{p_2}$$

$$h_2 = \frac{p \cdot h}{p_2} = \frac{74,7 \cdot 30,7}{53,1} = 43,18 [\text{cm}]$$

c)

$$p_3 = \frac{(74,7 - 21,6) \text{ cmHg}}{\cos 30^\circ}$$

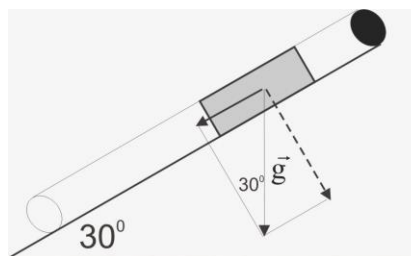
$$p_3 = 61,314 [\text{cmHg}]$$

$$p \cdot V = p_3 \cdot V_3$$

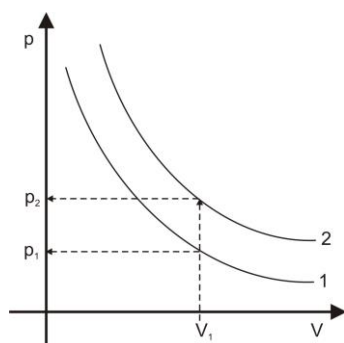
$$V_3 = \frac{p \cdot V}{p_3}$$

$$A \cdot h_3 = \frac{p \cdot A \cdot h}{p_3}$$

$$h_3 = \frac{p \cdot h}{p_3} = \frac{74,7 \cdot 30,7}{61,314} = 37,42 [\text{cm}]$$



3.81. Na slici su prikazane dvije izoterme za jednake mase istog plina. Po čemu se razlikuju stanja plina prikazanih krivuljom 1 od onih prikazanih krivuljom 2?



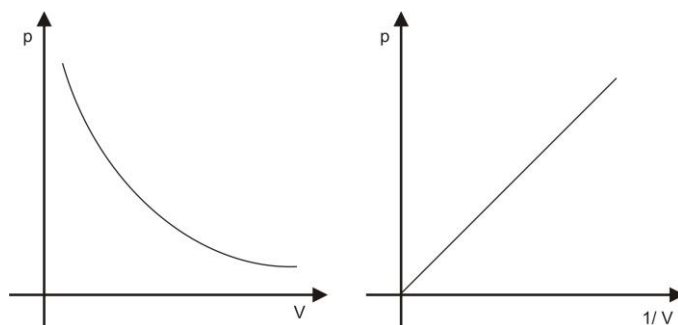
$$V = V_1 = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1$$

$$p_2 > p_1 \Rightarrow T_2 > T_1$$

3.82. Na slici je izotermički proces prikazan pomoću dva različita grafikona. Označi koordinatne osi na oba grafikona.



Procesi su izotermni.

3.83. Vertikalni cilindar površine dna 40 cm^2 zatvoren je klipom ispod kojega je stupac zraka visine 60 cm . Za koliko će se spustiti klip ako na njega stavimo uteg mase 10 kg ? Masa klipa je 2 kg , a atmosferski tlak 10^5 Pa .

$$A = 40 \text{ cm}^2 = 0,004 \text{ m}^2$$

$$h = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$$

$$m_U = 10 \text{ kg}$$

$$m_K = 2 \text{ kg}$$

$$p_a = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Delta h = ?$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_1 = p_a + \frac{G}{A} = p_a + \frac{m_K \cdot g}{A} = 10^5 + \frac{2 \cdot 9,81}{0,004} = 104905 [\text{Pa}]$$

$$V_1 = A \cdot h = 0,004 \cdot 0,6 = 0,0024 [\text{m}^3]$$

$$p_2 = p_1 + \frac{G_U}{A} = p_1 + \frac{m_U \cdot g}{A} = 104905 + \frac{10 \cdot 9,81}{0,004} = 129430 [\text{Pa}]$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{104905 \cdot 0,0024}{129430} = 0,0019 [\text{m}^3]$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 0,0024 - 0,0019 = 0,0005 [\text{m}^3]$$

$$\Delta V = A \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{A} = \frac{0,0005}{0,004} = 0,125 [\text{m}]$$

3.84. Određena masa klora ima pri 20°C obujam 38 cm^3 . Odredi njegov obujam pri 45°C ako je tlak stalan.

$$t_1 = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K}$$

$$V_1 = 38 \text{ cm}^3$$

$$t_2 = 45^\circ \text{C} = 318 \text{ K}$$

$$p = \text{konst}$$

$$V_2 = ?$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{38 \cdot 318}{293} = 41,24 [\text{cm}^3]$$

3.85. Pri 30 °C plin ima obujam V . Do koje temperature treba taj plin izobarno ohladiti da bi mu obujam bio 0,75 V ?

$$t_1 = 30^\circ \text{C} = 303 \text{ K}$$

$$V_2 = 0,75 \cdot V_1$$

$$p = \text{konst}$$

$$t_2 = ?$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{0,75 \cdot V_1 \cdot 303}{V_1} = 227,25 [\text{K}] = -45,75 [^\circ \text{C}]$$

3.86. Na koju temperaturu treba pri stalnom tlaku ugrijati litru plina od 0 °C da bi se njegov obujam povećao za 10%?

$$V_1 = 1 [\text{l}]$$

$$t_1 = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$$

$$V_2 = 1,1 \cdot V_1$$

$$p = \text{konst}$$

$$t_2 = ?$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{1,1 \cdot V_1 \cdot 273}{V_1} = 300,3 [\text{K}] = 27,3 [^\circ \text{C}]$$

3.87. Na koju temperaturu treba izobarno zagrijati plin da njegov obujam bude dva puta veći od obujma pri 0 °C?

$$V_2 = 2 \cdot V_1$$

$$t_1 = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$$

$$p = \text{konst}$$

$$t_2 = ?$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot 273}{V_1} = 546 [\text{K}] = 273 [^\circ \text{C}]$$

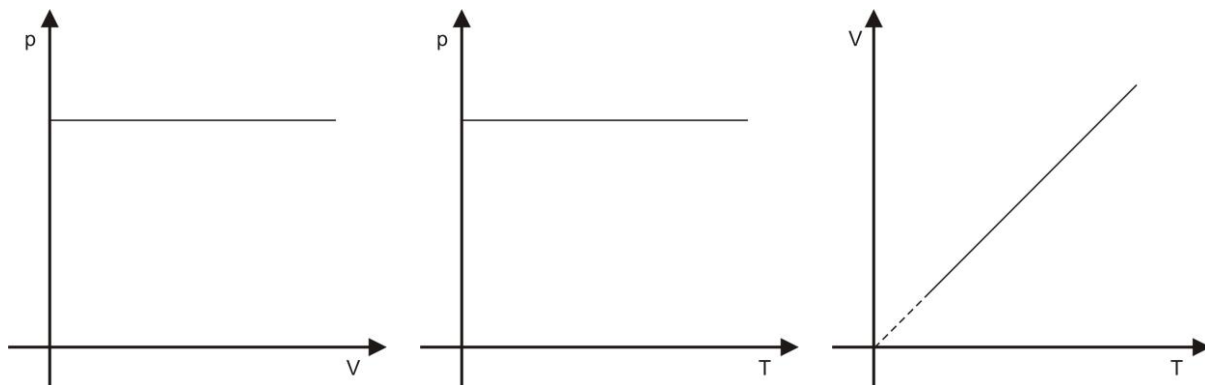
3.88. Nacrtaj grafički prikaz izobarne promjene stanja plina za određenu masu plina u koordinatnim sustavima p, V , p, T i V, T .

$$p = \text{konst}$$

$$p, V$$

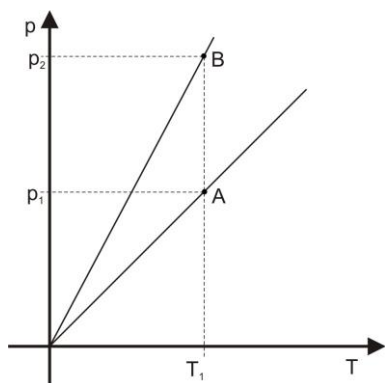
$$p, T$$

$$V, T$$



3.89. Dva različita stanja nekog plina prikazana su na slici u koordinatnom sustavu p, T točkama A i B. Koja točka odgovara stanju većeg obujma?

$V_A, V_B = ?$



$$T = T_1 = \text{konst}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_1 \cdot V_A = p_2 \cdot V_B$$

$$p_2 > p_1 \Rightarrow V_A > V_B$$

3.90. Otvorena staklena boca obujma 500 cm^3 ispunjena je zrakom. Bocu zagrijavamo do 227°C i zatim je grlom prema dolje uronimo u vodu. Koja će masa vode ući u bocu kad se temperatura zraka u njoj snizi na 27°C ? Gustoća zraka kod 27°C je 10^3 kg/m^3 .

$$V_1 = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$t_1 = 227^\circ\text{C} = 500 \text{ K}$$

$$t_2 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$\rho_{\text{vode}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$m_{\text{vode}} = ?$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 300}{500} = 3 \cdot 10^{-4} [\text{m}^3]$$

$$\Delta V_{\text{vode}} = V_1 - V_2 = 5 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4} [\text{m}^3]$$

$$m_{\text{vode}} = \rho_{\text{vode}} \cdot \Delta V = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 0,2 [\text{kg}]$$

3.91. Pri 20°C plin se nalazi pod tlakom 10^5 Pa . Koliki će biti tlak plina a) nakon izohornog zagrijavanja do 50°C b) nakon hlađenja do -7°C ?

$$t_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$$

$$V = \text{konst}$$

$$\text{a) } p_2 = ?$$

$$t_3 = -7^\circ\text{C} = 266 \text{ K}$$

$$V = \text{konst}$$

$$\text{b) } p_3 = ?$$

$$\text{a)}$$

$$V = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{10^5 \cdot 323}{293} = 110328 [\text{Pa}]$$

$$\text{b)}$$

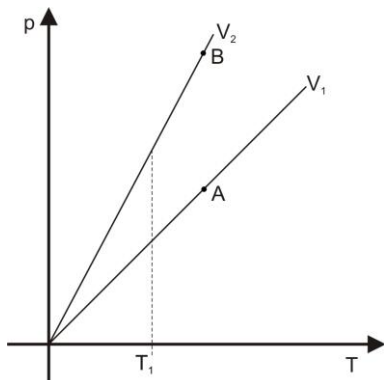
$$V = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_3}{T_3}$$

$$p_3 = \frac{p_1 \cdot T_3}{T_1} = \frac{10^5 \cdot 266}{293} = 90784 [\text{Pa}]$$

3.92. Dvije boce različitih obujama ispunjene su zrakom pri normiranom tlaku. Boce zaćepimo i zagrijemo do 100°C . Hoće li tlak zraka nakon zagrijavanja biti jednak u obje boce?

$$t_2 = 100^{\circ}\text{C}$$



$$V = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1'}{T_1'} \quad \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_2'}{T_2'}$$

$$p_1 = p_2 \quad T_1 = T_2 \quad T_1' = T_2' \rightarrow p_1' = p_2'$$

Tlak je nakon zagrijavanja jednak u obje boce.

3.93. Koliko se puta poveća tlak plina u balonu elektrićne žarulje ako se nakon uključivanja temperatura plina povisila od 15°C na 303°C ?

$$t_1 = 15^{\circ}\text{C} = 288 \text{ K}$$

$$t_2 = 303^{\circ}\text{C} = 576 \text{ K}$$

$$V = \text{konst}$$

$$p_2/p_1 = ?$$

$$V = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{576}{288} = 2$$

$$p_2 = 2 \cdot p_1$$

3.94. Kisik temperature 100°C pri tlaku 10^5 Pa izotermno stlačimo do tlaka $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Do koje temperature treba ohladiti plin da bi se tlak smanjio na svoju početnu vrijednost 10^5 Pa ?

$$t_1 = 100^{\circ}\text{C} = 373 \text{ K}$$

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_2 = ?$$

$$T = T_1 = \text{konst}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$10^5 \cdot V_1 = 1,5 \cdot 10^5 \cdot V_2$$

$$V_1 = 1,5 \cdot V_2$$

$$p = \text{konst}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{V_2 \cdot 373}{1,5 \cdot V_2} = 248,67 [\text{K}] = -24,3 [^{\circ}\text{C}]$$

3.95. Balon elektrićne žarulje punimo plemenitim plinom pri temperaturi 10°C i pod tlakom $6,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ pretpostavljajući da će u usijanoj žarulji tlak biti $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. kolika je temperatura u balonu žarulje kad ona svijetli?

$$t_1 = 10^{\circ}\text{C} = 283 \text{ K}$$

$$p_1 = 6,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V = \text{konst}$$

$$t_2 = ?$$

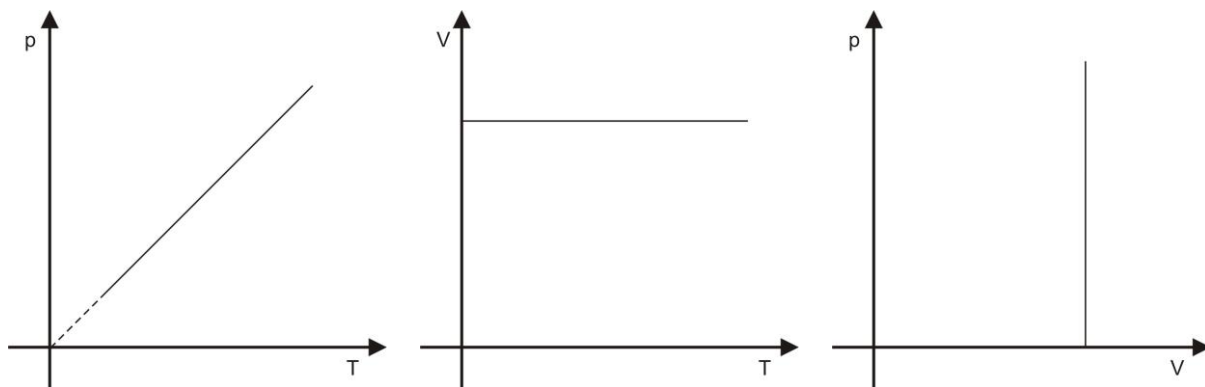
$$V = \text{konst}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

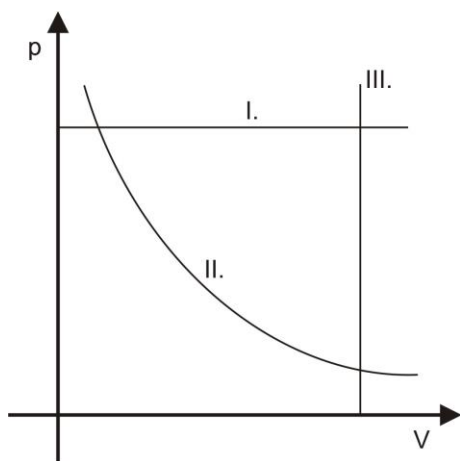
$$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 283}{6,8 \cdot 10^4} = 421,58 [\text{K}] = 148,59 [^{\circ}\text{C}]$$

3.96. Nacrtaj grafikon izohorne promjene stanja plina u koordinatnim sustavima p, T , V, t i p, V .

$V = \text{konst}$
 p, T
 V, T
 p, V



3.97. Na slici dani su grafikoni za tri plinska zakona. Označi koji grafikon odgovara kojem zakonu.



I.
 $\frac{V}{T} = \text{konst}$ Gay - Lussacov zakon

II.
 $p \cdot V = \text{konst}$ Boyle - Mariotteov zakon

III.
 $\frac{p}{T} = \text{konst}$ Charlesov zakon

3.98. Nacrtaj grafički prikaz izotermne, izobarne i izohorne promjene stanja plina u koordinatnim sustavima p, V , p, T i V, T .

izotermna,
 izobarna i
 izohorna
 promjena u
 p, V , p, T i V, T

